การวัดค่า VaR ด้วยสมมติฐานตัวแบบ Student's t

ศุภชัย ศรีสุชาติ [1]

บทคัดย่อ

การประเมินความเสี่ยงถือเป็นกระบวนการที่มีความสำคัญต่อธุรกิจการเงินในสมัยใหม่ที่จะทำการตรวจสอบและปรับปรุงแก้ไขระดับความเสี่ยง เพื่อให้ธุรกิจสามารถดำเนินต่อไปได้อย่างไม่มีปัญหาและตรงตามระเบียบข้อบังคับที่ธนาคารแห่งประเทศไทยจะประกาศใช้กับสถาบันการเงิน เมื่อเป็นดังนี้กระบวนการประเมินความเสี่ยงจึงถูกนำมาประยุกต์ใช้ โดยวิธีการที่นิยมคือ การวัดมูลค่าความเสี่ยงด้วยวิธี VaR (Value at Risk) ซึ่งการวัดอย่างง่ายมีการตั้งสมมติฐานให้การแจกแจงของอัตราผลตอบแทนมีการกระจายตัวอย่างปกติ (Normal Distribution) และนำไปกำหนดมูลค่าความเสี่ยงที่เหมาะสมและจะส่งผลต่อการกำหนดเงินทุนสำรองที่สถาบันการเงินต้องดำรงเพื่อให้รองรับกับมูลค่าความเสียหายสูงสุดที่จะเกิดขึ้น แต่จากผลการศึกษาเชิงประจักษ์พบว่าส่วนใหญ่อัตราผลตอบแทนของหลักทรัพย์มิได้มีการแจกแจงแบบปกติ ดังนั้นการใช้ตัวแบบที่มีข้อสมมติว่าอัตราผลตอบแทนมีการกระจายตัวแบบปกติอาจทำให้เกิดความผิดพลาดในการวิเคราะห์ ดังนั้นการศึกษานี้จึงได้ประยุกต์การกระจายตัวแบบ Student's t เพื่อประเมินมูลค่าความเสี่ยงโดยใช้หุ้นกลุ่มสถาบันการเงินที่สามารถหาข้อมูลในช่วงเวลาที่พิจารณาเป็นกลุ่มตัวอย่าง และได้มีการทดสอบความน่าเชื่อถือของแต่ละตัวแบบเพื่อเปรียบเทียบกัน ผลการศึกษาชี้ว่าการประเมินความเสี่ยงด้วยตัวแบบ VaR ที่ใช้ข้อสมมติของ Student's t มีความน่าเชื่อถือที่ดีกว่า ซึ่งในการประยุกต์ใช้นั้นย่อมต้องมีต้นทุนที่สูงขึ้นแต่ย่อมให้ความแม่นยำที่ดีกว่า ซึ่งเหมาะสมกับกรณีที่สามารถระบุการรูปแบบของแจกแจงของอัตราผลตอบแทน แต่ในกรณีที่ยังไม่สามารถระบุการแจกแจงได้ การใช้ตัวแบบอย่างง่ายที่มีข้อสมมติฐานในการแจกแจงปกติก็สามารถทำได้แต่ควรให้ความระมัดระวังในการนำไปใช้ โดยแนวทางหนึ่งที่อาจทำได้คือ การเพิ่มค่าระดับความเชื่อมั่น ($1-\alpha$) ในการประเมินค่าความความเสียหายสูงสุดที่จะเกิด

---

[1] อาจารย์ประจำคณะเศรษฐศาสตร์ มหาวิทยาลัยธรรมศาสตร์

ผู้เขียนขอขอบพระคุณ ศาสตราจารย์ ดร.อัญญา ขันธวิทย์ อาจารย์ประจำคณะพาณิชยศาสตร์และการบัญชี มหาวิทยาลัยธรรมศาสตร์ ที่ได้ให้ข้อแนะนำต่าง ๆอันเป็นประโยชน์อย่างมากในการศึกษานี้ และคุณสิริพงศ์ โสธนะยงกุล ที่ได้ให้ความอนุเคราะห์ด้านข้อมูล

บทนำ

การบริหารความเสี่ยงนับว่าเป็นแนวความคิดที่สถาบันการเงินให้ความสนใจเป็นอย่างมากในปัจจุบัน เพราะมีผลถึงความอยู่รอดของสถาบัน และในปี พ.ศ. 2546-2547 มาตรฐานต่าง ๆที่เกี่ยวกับการควบคุมดูแลความเสี่ยงที่ประกาศโดยธนาคารแห่งประเทศไทย ก็จะถูกนำมาใช้สำหรับสถาบันการเงินไทย ดังนั้นกระบวนการปรับตัวของสถาบันการเงินในเรื่องเกี่ยวกับการบริหารความเสี่ยงจึงมีความสำคัญ การบริหารความเสี่ยงมีสิ่งที่ต้องคำนึงคือการประเมินความเสี่ยง ซึ่งเทคนิคที่นำมาเสนอคือ การหามูลค่าความเสี่ยง (Value at Risk : VaR) โดยที่ในการใช้ตัวแบบ VaR เบื้องต้นนั้นมีข้อสมมติฐานที่สำคัญและทำให้การใช้งานมีความไม่ยุ่งยากจนเกินไปคือ การที่ให้อัตราผลตอบแทนของหลักทรัพย์มีการกระจายแบบปกติ (Normal Distribution) แต่ในความเป็นจริงแล้วการกระจายตัวของอัตราผลตอบแทนอาจไม่ได้เป็นตามข้อสมมติฐานซึ่งทำให้การประเมินมูลค่าความเสี่ยงมีความผิดพลาด และอาจทำให้ตัวแบบที่สถาบันการเงินเลือกใช้ไม่มีประสิทธิภาพ

งานศึกษาในอดีตมีการประเมินโดยใช้การกระจายที่มีข้อสมมติต่าง ๆที่มีความซับซ้อนกว่าตัวแบบปกติ เพื่อให้ได้มูลค่าความเสียหายสูงสุดที่แม่นยำและสอดคล้องกับรูปแบบการกระจายของอัตราผลตอบแทน ซึ่งการศึกษานี้เป็นการนำเสนอรูปแบบหนึ่งของการกระจายตัวของอัตราผลตอบแทนที่เป็นลักษณะ Student's t ที่มีพื้นที่หางอ้วนกว่าการกระจายแบบปกติที่สามารถวัดโดยค่า Kurtosis และจะมีการทดสอบว่าเมื่อปรับใช้ตัวแบบใหม่นี้แล้วการประเมินความน่าเชื่อถือของตัวแบบจะเป็นเช่นไร และอาจเป็นทางเลือกใหม่ให้กับการศึกษาและการนำไปใช้งานต่อไปในอนาคต

วัตถุประสงค์และขอบเขตของงานศึกษา

ในงานศึกษานี้มีวัตถุประสงค์เพื่อต้องการนำเสนอถึงการใช้ตัวแบบประเมินมูลค่าความเสี่ยงโดยมีข้อสมมติว่าอัตราผลตอบแทนมีการกระจายแบบ Student's t ซึ่งแตกต่างจากรูปแบบเดิมที่มีข้อสมมติว่ามีการกระจายแบบปกติ (Normality) ซึ่งได้มีการทดสอบการกระจายอัตราผลตอบแทนของหลักทรัพย์ที่เป็นกลุ่มตัวอย่างว่ามีการกระจายแบบปกติหรือไม่ และทดสอบว่าตัวแบบใหม่นี้มีความน่าเชื่อถือ (Validity) ที่ดีกว่าเดิมหรือไม่โดยการทำ Backtesting ตามแนวทางของ Basle (1996) และตามแนวทางของ Kupiec (1995)

ในการศึกษาใช้ข้อมูลราคาของหลักทรัพย์กลุ่มธนาคารพาณิชย์และบริษัทหลักทรัพย์ จำนวน 26 บริษัทที่อยู่ในตลาดหลักทรัพย์ ตั้งแต่ 1 ตุลาคม พ.ศ. 2544 จนถึง 7 ตุลาคม พ.ศ. 2545 จำนวน 250 วันเพื่อกำหนดค่าสถิติและมูลค่าความเสี่ยงของทั้งตัวแบบปกติและตัวแบบ Student's t และได้ใช้ข้อมูลรายวันตั้งแต่ 22 กันยายน พ.ศ. 2543 จนถึง 28 กันยายน พ.ศ. 2544 เพื่อทดสอบความน่าเชื่อถือของตัวแบบ โดยมีหลักทรัพย์ที่เป็นกลุ่มตัวอย่างตามในตารางที่ 1

ตารางที่ 1 รายชื่อของหลักทรัพย์ที่นำมาเป็นกลุ่มตัวอย่าง

หลักทรัพย์	บริษัท
BAY	ธนาคารกรุงศรีอยุธยา จำกัด (มหาชน)
BBL	ธนาคารกรุงเทพ จำกัด (มหาชน)
BOA	ธนาคารเอเซีย จำกัด (มหาชน)
DTDB	ธนาคารดีบีเอส ไทยทนุ จำกัด (มหาชน)

หลักทรัพย์	บริษัท
IFCT	บรรษัทเงินทุนอุตสาหกรรมแห่งประเทศไทย
KTB	ธนาคารกรุงไทย จำกัด (มหาชน)
SCB	ธนาคารไทยพาณิชย์ จำกัด (มหาชน)
TFB	ธนาคารกสิกรไทย จำกัด (มหาชน)
TMB	ธนาคารทหารไทย จำกัด (มหาชน)
ACL	บริษัทเงินทุนสินเอเซีย
AITCO	บริษัทเงินทุนหลักทรัพย์กรุงศรีอยุธยา
ASL	บริษัทหลักทรัพย์แอ๊ดคินสัน
AST	บริษัทหลักทรัพย์ เอบีเอ็น แอมโร เอเชีย
BC	บริษัทเงินทุนบุคลัภย์
BFIT	บริษัทเงินทุนกรุงเทพธนาทร
CNS	บริษัทหลักทรัพย์พัฒนสิน
KGI	บริษัทหลักทรัพย์เคจีไอ (ประเทศไทย)
KK	บริษัทเงินทุนเกียรตินาคิน
NFS	บริษัทเงินทุนธนชาติ
PL	บริษัทภัทรลิสซิ่ง
SCAN	บริษัทสแกนดิเนเวียลิสซิ่ง
SGF	บริษัทสยามเจเนอรัล แฟคเตอริ่ง
SISCO	บริษัทเงินทุนสินอุตสาหกรรม
SPL	บริษัทสยามพาณิชย์ลิสซิ่ง
TISCO	บริษัทเงินทุนทิสโก้
ZMICO	บริษัทหลักทรัพย์ซิมีโก้

การประเมินความเสี่ยงโดยตัวแบบมูลค่าความเสี่ยง

การประเมินค่าความเสี่ยงโดยใช้ตัวแบบ VaR ที่ตั้งข้อสมมติฐานว่า การแจกแจงของอัตราผลตอบแทนมีการกระจายแบบปกตินั้นสามารถกำหนดมูลค่าความเสี่ยงตามสูตร ได้ว่า

$$VaR = \mu - Z_{\alpha}\,\sigma$$

โดยที่ μ คือ อัตราผลตอบแทนที่คาดจากการลงทุน

σ คือ ส่วนเบี่ยงมาตรฐานของอัตราผลตอบแทน ซึ่งแสดงถึงความเสี่ยงของหลักทรัพย์

Z_{α} คือ ค่ามาตรฐานของตัวแบบการกระจายปกติซึ่งขึ้นกับระดับความเชื่อมั่น (1- α) ตามที่ผู้ประเมินต้องการ ในการศึกษากำหนดระดับความเชื่อมั่นที่ 99% หรือค่าความผิดพลาด (α) เท่ากับ 1% ซึ่งทำให้ค่า Z_{α} มีค่าเท่ากับ 2.33

ค่า VaR ที่ได้แสดงถึงมูลค่าความเสี่ยงสำหรับหลักทรัพย์นั้น เช่น หากนำอัตราผลตอบแทนรายวัน[2] มาทดสอบและพบว่ามูลค่าความเสี่ยงเป็น – 0.05 ภายใต้ระดับความเชื่อมั่น 99% อาจตีความได้ว่า ในการลงทุน 100 ครั้ง ผู้ลงทุนอาจจะมีผลขาดทุนที่เกินกว่า 5% เป็นจำนวนไม่เกิน 1 ครั้ง ซึ่งการพิจารณาในลักษณะนี้ก็มีความตรงไปตรงมาตามวิธีการทางสถิติ และผู้ลงทุนก็อาจนำค่านี้ไปกำหนดเป็นกลยุทธ์หรือเงื่อนไขในการบริหารกลุ่มสินทรัพย์ (Portfolio)[3] ของตน ประเด็นที่ต้องมีการพิจารณา ได้แก่ หากอัตราผลตอบแทนนั้นไม่ได้มีการกระจายแบบปกติ การประเมินมูลค่าความเสี่ยงก็จะเกิดการผิดพลาด และทำให้การกำหนดกลยุทธ์เพื่อบริหารกลุ่มสินทรัพย์เกิดความผิดพลาดได้ ดังนั้นกระบวนการประยุกต์รูปแบบการกระจายในลักษณะอื่นจึงถูกพิจารณาและนำมาทดสอบ ในเบื้องต้นผู้ประเมินอาจต้องพิจารณาเสียก่อนว่าอนุกรมเวลาของอัตราผลตอบแทนที่นำมาใช้นั้นมีการกระจายแบบปกติหรือไม่ซึ่งจะนำเสนอในส่วนต่อไป

การทดสอบการกระจายแบบปกติ

ก่อนที่จะทดสอบว่าการกระจายของอัตราผลตอบแทนหรือไม่ ผู้ประเมินต้องทราบคุณลักษณะบางประการของการแจกแจงแบบปกติ[4] นั่นคือ เรื่องของความเบ้และการกระจายตัว ในเรื่องของความเบ้พบว่า หากการแจกแจงนั้นเป็นการแจกแจงแบบปกติ การกระจายไม่ควรที่จะมีความเบ้ กล่าวโดยนัยได้ว่า การแจกแจงนั้นมีความสมมาตร (Symmetry) ซึ่งสามารถวัดโดยค่าสถิติคือ ค่า Skewness (S) โดยที่ค่านี้มีสูตรทั่วไปในการคำนวณคือ $S=\frac{E(r_i-\mu)^3}{\sigma^3}$ ซึ่งหากการแจกแจงของอัตราผลตอบแทนเป็นการกระจายแบบปกติ ค่านี้ควรมีค่าเป็น 0 และในทางปฏิบัติเพื่อที่จะหาค่าความเบ้จากกลุ่มตัวอย่างสามารถกระทำโดยการหาค่า ของ $E(r_i-\mu)^3=\frac{\sum_{i=1}^{N}(r_i-\mu)^3}{N-1}$ และนำค่านี้ไปหารด้วยค่าส่วนเบี่ยงมาตรฐานยกกำลังสามก็จะได้ค่าความเบ้

ในด้านการกระจายตัวคือ พื้นที่ที่โค้งปกติจะครอบคลุมอยู่ที่ค่าบวกลบสามเท่าของค่าส่วนเบี่ยงมาตรฐาน ซึ่งในที่นี้สามารถวัดโดยค่า Kurtosis (K) ซึ่งหาได้จาก $k=\frac{E(r_i-\mu)^4}{\sigma^4}$ โดยที่หากการแจกแจงของอัตราผลตอบแทนมีการกระจายแบบปกติแล้ว ค่า Kurtosis ควรมีค่าเท่ากับ 3 และการคำนวณหาค่าจากกลุ่มตัวอย่างก็ทำลักษณะเดียวกับการหาค่า Skewness

---

[2] ในการนำอัตราผลตอบแทนรายวันมาใช้ ผู้ประเมินต้องทำการหาค่าอัตราผลตอบแทนที่คาดและค่าส่วนเบี่ยงมาตรฐาน โดยการใช้ข้อมูลอนุกรมเวลาในอดีต ซึ่ง BIS เสนอว่าอย่างน้อยควรใช้ 250 วันทำการเป็นเกณฑ์ขั้นต่ำ และนำมาหาค่าสถิติ คือ $\mu=\frac{\sum_{i=1}^{N}r_i}{N}$ และ $\sigma=\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{N}(r_i-\mu)^2}{N-1}}$ โดยที่ r_i คือ อัตราผลตอบแทนของหลักทรัพย์ในงวดเวลาที่ i และ N คือจำนวนข้อมูล

[3] เพื่อความสะดวก ผู้ประเมินอาจพิจารณาว่าอัตราผลตอบแทนของกลุ่มหลักทรัพย์เปรียบเสมือนอัตราผลตอบแทนของหลักทรัพย์เพียงหลักทรัพย์เดียว โดยยังไม่ประเมินว่าหลักทรัพย์ที่มาประสมกันเป็นกลุ่มหลักทรัพย์มีการกระจายในลักษณะใด มีความแตกต่างกันหรือไม่

[4] รูปแบบฟังก์ชันของการกระจายแบบปกติ สามารถเขียนอยู่ในรูปความสัมพันธ์ทางคณิตศาสตร์ได้เป็น

$P(x/\mu,\sigma)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}\exp[-\frac{1}{2\sigma^2}(x-\mu)^2]$ เมื่อ exp(.) เป็นฟังก์ชันเอ็กโปเนนเชียล โดยที่ค่า $-\infty<\mu<\infty$ และค่า $0<\sigma<\infty$

เมื่อได้ค่าสถิติมาทั้งสองค่าแล้วการพิจารณาที่จะยอมรับว่าการแจกแจงนั้นมีการกระจายแบบปกตินั้นจะใช้ค่าสถิติของ Wald เป็นเครื่องมือในการพิจารณา โดยค่าสถิติที่ได้จะเทียบกับค่าสถิติที่เป็นเกณฑ์ในการตัดสินใจแบบไคสแควร์ ที่มีความเป็นอิสระที่ 2 ($\chi^2_{df=2}$) และที่ระดับความเชื่อมั่น 99% ซึ่งหากค่าสถิติของ Wald ที่ได้จากกลุ่มตัวอย่างมีค่าที่สูงกว่าค่า $\chi^2_{df=2}$ ซึ่งมีค่าเท่ากับ 9.21034 ทั้งนี้ในการหาค่าสถิติของ Wald สามารถพิจารณาจากสูตร

$$\text{Wald}=N\left\{\frac{(S-0)^2}{6}+\frac{(K-3)^3}{24}\right\}$$

และเมื่อดำเนินการตามนี้ ผู้ประเมินก็จะสามารถทราบว่าการกระจายของอัตราผลตอบแทนของหลักทรัพย์ที่สนใจศึกษานั้นมีการแจกแจงแบบปกติหรือไม่ ถ้าไม่เป็น ผู้ประเมินก็เลือกลักษณะการกระจายในรูปแบบอื่นๆเพื่อให้สะท้อนภาพที่แท้จริงของอัตราผลตอบแทน ซึ่งแนวทางหนึ่งที่นำเสนอคือ การนำ การแจกแจงแบบ Student’s t มาประยุกต์ใช้

การใช้การแจกแจงแบบ Student’s t มาประยุกต์

การนำการแจกแจง t มาประยุกต์ใช้นั้นจำเป็นต้องทราบคุณลักษณะของการกระจายแบบ t ซึ่งสามารถเขียนอยู่ในรูปฟังก์ชันความน่าจะเป็น ได้ว่า

$$P(x;\mu,h,v)=\frac{\Gamma(\frac{v+1}{2})}{\Gamma(\frac{1}{2})\Gamma(\frac{v}{2})}\sqrt{\frac{h}{v}}\left\{1+\frac{h}{v}(r-\mu)^2\right\}^{\frac{v+1}{2}}$$

โดยที่ $\Gamma(m)=\int_0^\infty u^{m-1}\exp(-u)du$ เป็นฟังก์ชันแกมม่า ประเมินค่าที่ m และ $0 < m < \infty$

μ แสดงถึงค่ากลางของข้อมูล

v แสดงถึงองศาความเป็นอิสระที่เป็นจำนวนเต็มและมีค่ามากกว่า 1

h แสดงถึง การกระจายตัวของข้อมูล

การแจกแจงแบบ t เป็นการแจกแจงที่มีความสมมาตรคล้ายกับกรณีของการแจกแจงแบบปกติ แต่มีส่วนหางของการแจกแจงที่อ้วนกว่าการแจกแจงแบบปกติ ซึ่งค่า Kurtosis จะมีค่าที่ไม่ต่ำกว่า 3 คือ $K=\frac{3(v-2)}{v(v-4)}\geq 3$ และอาจพิจารณาต่อไปว่า หากองศาความเป็นอิสระมีค่าเป็นอนันต์แล้วจะพบว่า ค่า Kurtosis ที่คำนวณได้จะมีค่าเข้าสู่ค่า 3 แต่ในกรณีที่ $v < \infty$ ค่าที่ได้ก็จะมากกว่า 3 และเป็นรูปแบบของการกระจายที่มีหางอ้วน

ในการศึกษาการหาค่า h ที่แสดงถึงการกระจายตัวของข้อมูล และการหาค่า v ที่แสดงถึงค่าองศาความเป็นอิสระมีความสำคัญเพราะทั้งสองตัวแปรนี้จะเป็นตัวกำหนดมูลค่าความเสียหายสูงสุดที่ยอมรับได้ภายใต้ความเชื่อมั่นหนึ่งๆ ซึ่งกระบวนการคือ การหาค่าสูงสุดของฟังก์ชันล็อคไลค์ลิฮูดโดยให้ค่าตัวแปรทั้งสองวิ่งเข้าหาเป้าหมายและนำค่าที่ได้มาใช้งาน

ในการนำค่าตัวแปรทั้งสองมาใช้นั้นสามารถที่จะกำหนดมูลค่าความเสียหายสูงสุด ตามสมการ $VaR=\mu+\frac{t_{\alpha}(v)}{\sqrt{h}}$ โดยที่ค่าสถิติ t ที่นำมาใช้ถูกกำหนดโดยสององค์ประกอบคือ ค่าความเชื่อมั่น (1 – α) และค่าองศาความเป็นอิสระ เมื่อกำหนดมูลค่าความเสี่ยงได้ก็สามารถนำมูลค่าความเสี่ยงที่ได้ไปเปรียบเทียบกับกรณีที่กำหนดมูลค่าความเสี่ยงโดยข้อสมมติฐานที่ให้อัตราผลตอบแทนมีการแจกแจงแบบปกติ และใช้การทดสอบความน่าเชื่อถือเป็นเครื่องมือในการพิจารณาความถูกต้องของตัวแบบที่สร้างขึ้นมา

การทดสอบความน่าเชื่อถือ (Validity Testing)

ในการสร้างตัวแบบเพื่อกำหนดมูลค่าความเสี่ยงจำเป็นต้องมีการตรวจสอบความน่าเชื่อถือของตัวแบบ แนวทางที่ใช้สำหรับการศึกษานี้คือ การทดสอบย้อนกลับ (Backtesting) โดยนำค่า VaR ที่คำนวณได้จากแต่ละตัวแบบมาทดสอบว่า หากนำมูลค่าความเสี่ยงนี้มาใช้จะมีกี่วัน (คือการนำข้อมูลในอดีตมาย้อนเพื่อการตรวจสอบนั่นเอง) โดยตรวจสอบว่า อัตราผลขาดทุนหรือความเสียหายที่เกิดขึ้นจริง (Realized Loss) มีความเสียหายที่มีค่าสูงกว่าความเสียหายสูงสุดที่กำหนดไว้ เป็นจำนวนกี่วัน และอาจนับวันที่มีผลอย่างนั้นและเรียกว่าเป็น Number of Exception ซึ่งถ้าเหตุการณ์นี้เกิดขึ้นจริงก็เกิดผลเสียต่อสถาบันการเงินเพราะอาจเป็นไปได้ว่าสถาบันการเงินไม่ได้เตรียมเงินสำรองเพื่อรองรับกับมูลค่าความเสียหายที่เกิดขึ้นทำให้ไม่สามารถดำรงคงอยู่ได้

เมื่อได้จำนวนวันที่อัตราผลตอบแทนต่ำกว่ามูลค่าความเสียหายสูงสุดที่ยอมรับได้จากตัวแบบ ก็นำจำนวนนั้นมาตรวจสอบว่าอยู่ในเกณฑ์ที่เป็นเกณฑ์อันตรายคือ ต้องปฏิเสธตัวแบบนั้นทิ้งไป (Red Zone) หรืออยู่ในช่วงที่ต้องใช้ดุลพินิจหากจะนำตัวแบบนั้นไปใช้ (Yellow Zone) และกรณีที่ตัวแบบนั้นสามารถนำไปใช้ได้ (Green Zone) ทั้งนี้ก่อนที่จะกำหนดว่าจำนวนวันที่เป็น Exception นั้นอยู่ในช่วงใด จำเป็นต้องมีกระบวนการหาความน่าจะเป็นที่จะเกิดขึ้นว่า ความน่าจะเป็นที่เกิดวันที่อัตราผลตอบแทนมีปัญหาเป็นเท่าไร ภายใต้ความเชื่อมั่น 99% (ระดับนัยสำคัญ 1%) และทดสอบเป็นจำนวน 250 วัน โดยมีสูตรการคำนวณคือ

$$P(y/\alpha,N)=\binom{N}{y}(\alpha)^{y}(1-\alpha)^{N-y}$$

เมื่อ y คือ จำนวนวันที่เกิดความเสียหายเกินกว่ามูลค่าความเสี่ยงที่กำหนดไว้

N คือ จำนวนวันที่ใช้ในการทดสอบ

P (y / α, N) คือ ความน่าจะเป็นที่ตรวจสอบ N วันภายใต้ความเชื่อมั่น 1 – α แล้วซึ่งมีจำนวนวันทั้งสิ้น y วัน ที่อัตราผลตอบแทนเกิดความเสียหายมากกว่าที่มากกว่า VaR ที่กำหนดไว้

$\binom{N}{y}$ คือ ฟังก์ชันของการจัดหมู่ซึ่งมีค่าเท่ากับ $\frac{N!}{y!(N-y)!}$

ตัวอย่างเช่น จำนวนวันทั้งหมด 250 วัน ภายใต้ความเชื่อมั่น 99% ความน่าจะเป็นที่จำนวนวันที่มูลค่าความเสียหายเกินกว่ามูลค่าความเสียหายที่กำหนด 2 วัน เท่ากับ 0.2574 ซึ่งคำนวณจาก

$$P(y=2/\alpha=0.01,N=250)=\binom{250}{2}(0.01)^{2}(1-0.01)^{250-2}$$

และเมื่อตรวจสอบไปโดยพิจารณาจำนวนวันที่เกิดความเสียหายในหลาย ๆระดับ พบความน่าจะเป็นตามตารางที่ 2

ตารางที่ 2 แสดงความน่าจะเป็นเมื่อกำหนดวันที่เกิดความเสียหายเกินกว่าค่า VaR ที่กำหนด

จำนวนวันที่เป็น Exception	P (Exception)	P (Type 1 Error)
0	0.0811	1.0000
1	0.2047	0.9189
2	0.2574	0.7142
3	0.2149	0.4568
4	0.1341	0.2419
5	0.0666	0.1078
6	0.0275	0.0412
7	0.0097	0.0137
8	0.0030	0.0040
9	0.0008	0.0011
10	0.0002	0.0003
11	0.0000	0.0001

ในตารางพบว่า สดมภ์ที่สองเป็นค่าความน่าจะเป็นที่คำนวณได้จากจำนวนวันที่กำหนด และสดมภ์ที่สามเป็นตัวเลขที่นำมาใช้งาน โดยคำนวณจากการรวมความน่าจะเป็นทั้งหมดตั้งแต่จำนวนแรกไปยังจำนวนสุดท้าย เช่น กรณีของจำนวน 1 วัน คือ ผลรวมของความน่าจะเป็นของสดมภ์ที่สองตั้งแต่วันที่ 1 ไปจนครบทุกวัน (0.2047 + 0.2574 + ...+0.000) สำหรับเกณฑ์ที่ใช้ในการตัดสินใจเพื่อกำหนดขอบเขตว่าหากจำนวนวันที่เป็นความเสียหายที่เกิดขึ้นจริงมากกว่า VaR ที่กำหนดเป็นจำนวนกี่วันจะอยู่ในช่วงใด ซึ่งสามารถใช้สดมภ์ที่สามเทียบกับความน่าจะเป็นที่ BIS กำหนดเป็นเกณฑ์ สรุปได้ตามตารางที่ 3

ตารางที่ 3 แสดงการแบ่งช่วงของการยอมรับในตัวแบบ

ความน่าจะเป็น	Zone	จำนวนวัน
P > 10%	Green Zone	0 – 5
0.1% < P < 10%	Yellow Zone	6 – 8
P < 0.1%	Red Zone	9 วันขึ้นไป

ในการตรวจสอบขั้นต่อไปได้นำแนวทางของ Kupiec (1995) มาทดสอบโดยที่ใช้ข้อมูลที่มีลักษณะเช่นเดียวกับกรณี Backtesting ของ Basle (1996) คือ จำนวน N วันที่นำมาทดสอบ ภายใต้ความเชื่อมั่น 1 – α และมีจำนวนวันที่เป็นปัญหาอยู่ y วัน โดยที่ตามแนวทางนี้ ก็มีข้อสมมติว่าวันที่เกิดปัญหาและไม่เกิดเป็นลักษณะของ Binomial คือ มีสองทางที่จะเป็นไปได้ และก็นำข้อมูลเหล่านี้ไปทดสอบโดยใช้ค่าสถิติ Likelihood ratio ซึ่งมีค่าเท่ากับ

$$LR=-2\ln\left[(1-\alpha)^{N-y}(\alpha)^{y}\right]+2\ln\left[(1-\frac{y}{N})^{N-y}(\frac{y}{N})^{y}\right]$$

และหากค่าที่คำนวณได้มีค่ามากกว่า 6.63 จะปฏิเสธตัวแบบนั้นไป

ผลการศึกษา

ในการศึกษาได้ใช้ข้อมูลของหลักทรัพย์ที่เป็นสถาบันการเงินจำนวน 26 แห่งมาทำการทดสอบพบค่าสถิติที่สำคัญคือ อัตราผลตอบแทนสูงสุด/ต่ำสุดและผลตอบแทนเฉลี่ยในช่วงที่ทำการศึกษารวมถึงส่วนเบี่ยงมาตรฐานค่า Skewness และ Kurtosis ซึ่งทำให้สามารถตรวจสอบว่าการแจกแจงของอัตราผลตอบแทนมีการแจกแจงแบบปกติหรือไม่โดยใช้ค่าสถิติของ Wald ตามที่ได้นำเสนอไปแล้วข้างต้น

ผลการศึกษาตามตารางที่ 4 ในส่วนหลัง พบว่าอัตราผลตอบแทนส่วนใหญ่ของหลักทรัพย์กลุ่มสถาบันการเงินไม่ได้มีการแจกแจงแบบปกติ มีเพียง 2 หลักทรัพย์จากทั้งหมด 26 หลักทรัพย์ที่ไม่สามารถปฏิเสธว่ามีการแจกแจงแบบปกติได้ ดังนั้นจึงประยุกต์ตัวแบบ Student's t มาพิจารณาโดยนำอัตราผลตอบแทนมาหาค่าองศาความเป็นอิสระ (v) และค่าการกระจายที่แสดงโดยค่า h ได้ตามตารางเช่นกัน

เมื่อได้ข้อมูลครบถ้วนก็ทำการหามูลค่าความเสี่ยงโดยกำหนดความเชื่อมั่นที่ 99% ทำให้ได้มูลค่าความเสี่ยงของทั้งสองตัวแบบ ข้อสังเกตประการหนึ่งคือ มูลค่าความเสี่ยงที่กำหนดโดยตัวแบบ Student's t นั้นมีมูลค่าของความเสียหายที่สูงกว่ากรณีของกรณีที่สมมติว่าเป็นอัตราผลตอบแทนมีการกระจายแบบปกติ ซึ่งก็เป็นการให้ค่าที่สอดคล้องกับการแก้ปัญหาหางอ้วนตามที่ได้กล่าวมาข้างต้น อันจะเป็นผลทำให้การที่ผู้ประเมินต้องมีการกันเงินสำรองเพื่อรองรับความเสี่ยงที่จะเกิดขึ้นมากกว่า แต่จำนวนวันของการที่อัตราผลตอบแทนจะมีลักษณะที่เสียหายมากกว่ามูลค่าที่กำหนดก็จะมีทางเกิดขึ้นน้อยกว่าตามไปด้วย ซึ่งเมื่อพิจารณาจากผลการศึกษาจะเห็นได้ว่าจำนวนวันที่ความเสียหายที่เกิดขึ้นจริงมีค่าสูงกว่ามูลค่าความเสียหายจากตัวแบบ t อยู่ในระดับที่ต่ำกว่าการใช้ตัวแบบการกระจายแบบปกติ และเมื่อตรวจสอบด้วยการใช้วิธี Backtesting ตามแนวทางของ Basle พบว่า การใช้ตัวแบบ Student's t สามารถระบุช่วงของการนำไปใช้ได้เป็นอย่างดี (โดยส่วนมากอยู่ใน Green Zone) เมื่อเทียบกับกรณีที่สมมติว่าการกระจายของอัตราผลตอบแทนเป็นการกระจายแบบปกติ ที่อยู่ในช่วงที่ต้องพิจารณาเมื่อจะนำตัวแบบไปใช้ (Yellow Zone) และในกรณีที่ตัวแบบปกติให้ผลเป็นช่วงปฏิเสธ (Red Zone) แต่ตัวแบบ Student's t ให้ผลที่เป็น Yellow Zone นอกจากนี้เมื่อพิจารณาหลักทรัพย์บางตัว จะพบว่าจำนวนวันที่เป็นปัญหาจะมีค่าที่แตกต่างกันมาก ซึ่งนั่นยิ่งแสดงว่าตัวแบบ Student's t ที่นำมาใช้สามารถระบุมูลค่าความเสียหายสูงสุดได้ดีกว่ากรณีที่สมมติให้เป็นการแจกแจงแบบปกติ

หากพิจารณาตามการตรวจสอบของ Kupiec จะพบว่าในทั้งสองตัวแบบแทบจะให้ผลที่ไม่ต่างกันคือสามารถที่จะยอมรับได้ในทั้งสองตัวแบบ แต่ประเด็นหนึ่งที่ควรนำมาพิจารณาคือ ในการตั้งระดับความเชื่อมั่นที่กำหนดให้เป็น 99% แสดงโดยนัยหนึ่งว่าหากใช้ข้อมูลมาทดสอบ 100 วัน ควรจะพบว่าตัวแบบควรจะผ่านได้ถึง 99 วันและมีเพียงวันเดียวที่มูลค่าความเสียหายสูงเกินกว่า VaR ที่กำหนด ดังนั้นเมื่อใช้ข้อมูลที่ทดสอบ 250 จำนวน ความเสียหายที่เกินกว่าที่กำหนดก็น่าจะอยู่ประมาณ 2.5 วัน (ประมาณ 2 – 3 วัน) ซึ่งจะเห็นได้ว่าตัวแบบ Student's t จะให้ผลลัพธ์ที่ใกล้เคียงกับจำนวนวันที่ต้องการ ในขณะที่ตัวแบบปกตินั้นให้ค่าที่สูงกว่าที่กำหนดค่อนข้างมาก ประเด็นข้างต้นนี้เป็นอีกประการที่ผู้ประเมินต้องพิจารณาเพราะหากผู้ประเมินกำหนดมูลค่าความเสียหายไว้มากเกินไป ตัวแบบของผู้ประเมินก็จะสามารถผ่านการทดสอบความน่าเชื่อถือได้ แต่ผู้ประเมินก็ต้องมีการตั้งเงินทุนสำรองในจำนวนที่มาก ดังนั้นหากมีตัวแบบที่สามารถประเมินได้ใกล้เคียงก็จะส่งผลที่ดีกว่าสำหรับสถาบันการเงินนั้น

ข้อสรุปและข้อเสนอแนะ

จากผลการศึกษาเชิงประจักษ์สำหรับหุ้นกลุ่มสถาบันภายใต้ช่วงเวลาที่ทำการศึกษา อาจสรุปได้ว่าตัวแบบ Student's t ที่นำมาประยุกต์ใช้กับการประเมินมูลค่าความเสี่ยงมีความสามารถในการเป็นตัวแบบที่ดีกว่าการใช้การแจกแจงแบบปกติเพื่อใช้กำหนดมูลค่าความเสียหายสูงสุดภายใต้ความเสี่ยงที่กำหนด ซึ่งพิจารณาได้ด้วยการทดสอบย้อนกลับตามแนวทางของ Basle แต่ในการใช้งานนั้นมีข้อพึงควรคำนึงคือ ความไม่สะดวกในการใช้งานของตัวแบบ Student's t เมื่อเทียบกับการตั้งข้อสมมติฐานในเรื่องของการแจกแจงแบบปกติ และหากสังเกตจะพบว่ามูลค่าความเสียหายที่ตั้งไว้ในกรณีของตัวแบบ Student's t มีค่าที่สูงกว่าตัวแบบปกติ ซึ่งในทางปฏิบัติสถาบันการเงินจำต้องมีการสำรองสินทรัพย์ต่าง ๆไว้เพื่อรองรับกับมูลค่านี้ ส่งผลให้เสียโอกาสจากการนำเงินส่วนนี้ไปสร้างผลตอบแทนที่สูงกว่า ดังนั้น หากในการปฏิบัติงานหากตรวจสอบแล้วว่าทั้งสองตัวแบบให้ผลที่ไม่แตกต่างอย่างมีนัยสำคัญแล้ว การใช้ตัวแบบปกติก็น่าจะเป็นทางเลือกที่ควรนำมาใช้เพราะความง่ายต่อการใช้งานและมูลค่าความเสียหายที่ต้องเตรียมไว้ก็มีค่าที่น้อยกว่า แต่ในกรณีมีความแตกต่างกันมาก ผู้ประเมินก็ต้องใช้วิจารณญาณในการเทียบเคียงถึงความเสี่ยงที่เกิดขึ้นว่ามีความสามารถรองรับได้หรือไม่[5] มีต้นทุนและผลประโยชน์ที่ต่างกันเท่าไร ซึ่งจากผลการศึกษาพบว่าการนำตัวแบบ Student's t เพื่อใช้ในการประเมินค่าความเสียหายสูงสุดมีความแม่นยำที่ดีกว่าตัวแบบปกติ ทั้งนี้แนวทางหนึ่งเพื่อยังคงประยุกต์ตัวแบบปกติในการประเมินความเสี่ยงคือ ผู้ประเมินอาจให้ความระมัดระวังในการใช้งานตัวแบบในกรณีที่ทราบว่าการกระจายไม่ได้เป็นแบบปกติ (ในกรณีที่พบว่าค่า K มีค่ามากกว่า 3) โดยการเพิ่มระดับความเชื่อมั่นให้กับตัวแบบ และมูลค่าความเสียหายสูงสุดที่ประเมินได้ก็จะมีค่าที่สูงกว่าการใช้ตัวแบบปกติ

บรรณานุกรม

Basle Committee on Banking Supervision. *Supervisory Framework for the use of "Backtesting" in conjunction with the internal modes approach to market risk capital requirement*, Working Paper (January) 1996.

Joel Bessis. (1998), *Risk Management in Banking*, John Wiley & Sons, England.

Jorion Philippe. (1997), *Value at Risk : The New Benchmark for Controlling Market Risk*, McGraw-Hill, New York.

Kevin Dowd, (1998), *Beyond Value at Risk : The New Science of Risk Management*, John Wiley & Sons, England.

Kupiec, Paul H., "Techniques for Verifying the Accuracy of Risk Management Models", *Journal of Derivatives* . 3 (Winter), 1995, pp.73 - 84

Mendenhall William, Richard L. Scheaffer and Dennis D. Wackerly (1986), Mathematical Statistics with Application, PWS Publisher, USA.

[5] ผู้ประเมินอาจใช้ Stress Test มาเป็นอีกเครื่องมือในการทดสอบความน่าเชื่อถือของตัวแบบ

ตารางที่ 4 ผลการศึกษา

ตารางที่ 4 เป็นการรายงานค่าทางสถิติของหลักทรัพย์แต่ละหลักทรัพย์ ซึ่งประกอบด้วย ค่าอัตราผลตอบแทนที่สูงที่สุดในช่วงเวลาที่ศึกษา (Maximum) ค่าต่ำที่สุด (Minimum) ค่าส่วนเบี่ยงมาตรฐาน (SD) ค่า Kurtosis ค่าความเบ้ (Skewness) ค่าสถิติของ Wald การยอมรับว่าเป็นการแจกแจงแบบปกติหรือไม่ ค่าพารามิเตอร์ H และ v สำหรับตัวแบบ Student's t มูลค่าความเสี่ยงของแต่ละตัวแบบ (VaR-Normal และ VaR-t) จำนวนวันที่ค่าความเสียหายเกินกว่าที่กำหนดในแต่ละตัวแบบ (Exception-Normal และ Exception-t) การตรวจสอบความน่าเชื่อถือของแต่ละตัวแบบโดยวิธีของ BIS (BIS-Normal และ BIS-t) และการตรวจสอบความน่าเชื่อถือของแต่ละตัวแบบโดยวิธีของ Kupiec (Kupiec-Normal และ Kupiec-t)

	BAY	**BBL**	**BOA**	**DTDB**	**IFCT**	**KTB**
Maximum	0.080882	0.086538	0.126126	0.225225	0.109375	0.147059
Minimum	-0.06977	-0.08333	-0.06202	-0.09091	-0.07975	-0.09016
Average (μ)	0.001411	0.00175	0.000299	0.000875	0.000728	0.000577
SD (σ)	0.023393	0.02702	0.023934	0.027668	0.026505	0.024901
Kurtosis	3.761686	3.651512	6.971591	20.16674	4.819705	8.776433
Skewness	0.351462	0.206209	1.020177	2.330626	0.568638	1.082004
Wald	11.1903	6.193294	207.6727	3296.086	47.96586	396.3553
Normal / Student's t	t	Normal	t	t	t	t
h	2313.246	1717.064	3150.541	3048.938	2066.329	3044.777
v	9.56361	9.878424	4.467144	3.901797	6.534078	4.388642
VaR - Normal	-0.05301	-0.06111	-0.05538	-0.06349	-0.06093	-0.05735
VaR - t	-0.06616	-0.07668	-0.08173	-0.1049	-0.08083	-0.08286
Exception - Normal	7	3	5	3	5	5
Exception - t	4	1	2	2	3	2
BIS - Normal	Yellow	Green	Green	Green	Green	Green
BIS - t	Green *	Green	Green	Green	Green	Green
Kupiec - Normal	Pass	Pass	Pass	Pass	Pass	Pass
Kupiec - t	Pass	Pass	Pass	Pass	Pass	Pass

* ให้ผลลัพธ์ของการยอมรับตัวแบบที่ต่างกันโดยวิธี VaR- Student's t ให้ผลลัพธ์ที่ดีกว่า

ตารางที่ 4 ผลการศึกษา (ต่อ)

	SCB	TFB	TMB	ACL	AITCO	ASL
Maximum	0.103239	0.092437	0.092437	0.12069	0.165966	0.156028
Minimum	-0.07813	-0.07048	-0.08148	-0.1016	-0.09024	-0.3
Average (μ)	0.002341	0.002276	0.000133	0.001558	0.0022	0.001821
SD (σ)	0.027527	0.025641	0.023458	0.033353	0.031355	0.040061
Kurtosis	4.023823	4.382243	4.939409	3.767141	6.338194	15.91344
Skewness	0.422803	0.4522	0.722418	0.516693	0.888352	-1.19924
Wald	18.36732	28.42226	60.92561	17.25408	148.9605	1796.974
Normal / Student's t	t	t	t	t	t	t
h	1912.99	2691.17	2983.654	1099.799	1546.578	1403.83
v	6.21901	4.170906	4.974064	11.18579	6.203856	3.807657
VaR - Normal	-0.0617	-0.05737	-0.05444	-0.07603	-0.07074	-0.09138
VaR - t	-0.08242	-0.08647	-0.08416	-0.09209	-0.09207	-0.15407
Exception - Normal	3	5	6	6	10	6
Exception - t	2	2	3	3	4	0
BIS - Normal	Green	Green	Yellow	Yellow	Red	Yellow
BIS - t	Green	Green	Green *	Green *	Yellow *	Green *
Kupiec - Normal	Pass	Pass	Pass	Pass	Pass	Pass
Kupiec - t	Pass	Pass	Pass	Pass	Pass	Pass

* ให้ผลลัพธ์ของการยอมรับตัวแบบที่ต่างกันโดยวิธี VaR- Student's t ให้ผลลัพธ์ที่ดีกว่า

ตารางที่ 4 ผลการศึกษา (ต่อ)

	AST	BC	BFIT	CNS	KGI	KK
Maximum	0.101911	0.115942	0.086957	0.184	0.144	0.150685
Minimum	-0.08955	-0.07895	-0.09375	-0.09	-0.10833	-0.0916
Average (μ)	0.002482	0.000732	0.002527	0.002101	0.002584	0.003656
SD (σ)	0.033964	0.030136	0.025499	0.035071	0.034649	0.036516
Kurtosis	3.397795	3.930269	4.524404	5.858859	4.878171	3.755614
Skewness	0.370275	0.622118	0.317362	0.869344	0.573434	0.462227
Wald	7.361007	25.14086	28.40294	116.6261	50.44616	14.84965
Normal / Student's t	Normal	t	t	t	t	t
h	1085.199	1420.646	2755.004	1378.655	1388.735	933.3027
v	9.711205	8.93391	4.138003	4.714645	4.817019	10.23079
VaR - Normal	-0.07653	-0.06937	-0.05679	-0.07949	-0.07802	-0.08129
VaR - t	-0.09617	-0.08829	-0.08519	-0.1219	-0.12096	-0.10008
Exception - Normal	6	7	13	3	13	5
Exception - t	2	4	5	2	2	3
BIS - Normal	Yellow	Yellow	Red	Green	Red	Green
BIS - t	Green *	Green *	Green *	Green	Green *	Green
Kupiec - Normal	Pass	Pass	No	Pass	No	Pass
Kupiec - t	Pass	Pass	Pass	Pass	Pass	Pass

* ให้ผลลัพธ์ของการยอมรับตัวแบบที่ต่างกันโดยวิธี VaR- Student's t ให้ผลลัพธ์ที่ดีกว่า

ตารางที่ 4 ผลการศึกษา (ต่อ)

	NFS	PL	SCAN	SGF	SICCO	SPL
Maximum	0.119048	0.122642	0.102041	0.181818	0.149533	0.13
Minimum	-0.10219	-0.08482	-0.09524	-0.09677	-0.47813	-0.10563
Average (μ)	0.00263	0.002367	0.000633	-0.00051	0.002083	0.003298
SD (σ)	0.031364	0.024079	0.029006	0.030969	0.047879	0.031622
Kurtosis	4.157615	8.686715	4.323453	7.54626	42.07299	4.305084
Skewness	0.351718	1.169136	0.322394	0.821307	-3.81875	0.500197
Wald	19.11349	393.815	22.57582	243.4027	16510.73	28.16702
Normal / Student's t	t	t	t	t	t	t
h	1309.027	4785.951	1829.814	1541.937	1078.115	1451.96
v	9.192642	2.826405	5.492942	6.863488	4.532775	6.288246
VaR - Normal	-0.07033	-0.05365	-0.06684	-0.07256	-0.1093	-0.07027
VaR – t	-0.08719	-0.1411	-0.09363	-0.09493	-0.13814	-0.094
Exception – Normal	4	8	5	7	2	6
Exception – t	1	0	3	3	1	2
BIS – Normal	Green	Red	Green	Yellow	Green	Yellow
BIS – t	Green	Green *	Green	Green *	Green	Green *
Kupiec – Normal	Pass	Pass	Pass	Pass	Pass	Pass
Kupiec – t	Pass	Pass	Pass	Pass	Pass	Pass

* ให้ผลลัพธ์ของการยอมรับตัวแบบที่ต่างกันโดยวิธี VaR- Student's t ให้ผลลัพธ์ที่ดีกว่า

ตารางที่ 4 ผลการศึกษา (ต่อ)

	TISCO	**ZMICO**
Maximum	0.15	0.20332
Minimum	-0.10566	-0.08982
Average (μ)	0.003404	0.003738
SD (σ)	0.032944	0.042689
Kurtosis	5.223256	4.769946
Skewness	0.761937	0.866879
Wald	75.6777	63.94401
Normal / Student's t	t	t
h	1491.26	749.7869
v	5.16779	7.660603
VaR - Normal	-0.07324	-0.09557
VaR - t	-0.10101	-0.12406
Exception - Normal	8	3
Exception - t	4	1
BIS - Normal	Red	Green
BIS - t	Green *	Green
Kupiec - Normal	Pass	Pass
Kupiec - t	Pass	Pass

* ให้ผลลัพธ์ของการยอมรับตัวแบบที่ต่างกันโดยวิธี VaR- Student's t ให้ผลลัพธ์ที่ดีกว่า