ดร.อัญญา ขันธวิทย์
ผู้เชี่ยวชาญพิเศษในสาขาวิชาการเงินและการธนาคาร
และศาสตราจารย์ระดับ 11 ประจำภาควิชาการเงิน
คณะพาณิชยศาสตร์และการบัญชี มหาวิทยาลัยธรรมศาสตร์

หมายเหตุด้านเทคนิค

Copula VaR และ Copula Expected Shortfall

เพื่อการวัดระดับความเสี่ยงของพอร์ตตราสารหนี้ไทย

[บทคัดย่อ]

ข้อมูลชี้ว่าอัตราผลตอบแทนของตราสารหนี้ไทยมิได้มีการแจกแจงแบบปกติ ทำให้การระบุระดับความเสี่ยงของพอร์ตตราสารหนี้ไทยโดยอิงค่า Normality VaR ซึ่งนิยมใช้กันแพร่หลายในหมู่ผู้บริหารการลงทุนมืออาชีพ อาจให้ค่าที่คลาดเคลื่อนจากระดับที่แท้จริงไปมาก การใช้วิธี Copula เป็นพัฒนาการใหม่ทางการเงินและการบริหารความเสี่ยงที่ใช้แก้ปัญหาทางเทคนิคโดยการพิจารณาการแจกแจงที่เป็นจริงของตราสารหนี้ไทย การศึกษาพบว่า อัตราผลตอบแทนของตราสารหนี้ไทยมีการแจกแจงร่วมแบบ Logistic ซึ่งให้ค่า Copula VaR ต่ำกว่าค่า Normality VaR สำหรับพอร์ตตราสารหนี้ในตัวอย่าง อย่างไรก็ตาม แม้ในหลักการ การใช้ค่า Copula VaR และค่า Copula Expected Shortfall ควรชี้ระดับความเสี่ยงได้อย่างแม่นยำมากกว่า แต่การทดสอบ Out-of-Sample Performance พบว่าค่า Copula VaR ชี้ระดับความเสี่ยงที่ต่ำกว่าระดับที่ควรจะเป็นจริง มีความสามารถด้อยกว่าค่า Normality VaR และถูกปฏิเสธโดยข้อมูล

1. หลักการและเหตุผล

ปัจจุบันการลงทุนในกลุ่มตราสารหนี้ โดยเฉพาะอย่างยิ่งตราสารหนี้ภาครัฐได้รับความนิยมมากในหมู่ผู้ลงทุนสถาบันและหมู่ผู้ลงทุนรายย่อยผ่านการลงทุนในหน่วยลงทุน การลงทุนในกลุ่มตราสารหนี้เป็นการถือครองตราสารหนี้หลายตัวพร้อมกันเป็นกลุ่ม (Fixed-Income Portfolio หรือพอร์ตตราสารหนี้) ซึ่งอาจมีวัตถุประสงค์ของการลงทุนที่หลากหลาย ผ่านการออกแบบการกระจายน้ำหนักเชิงกลยุทธ์ (Strategic Asset Allocation) และการปรับการกระจายน้ำหนักตามเงื่อนไขในแต่ละจุดของเวลา (Tactical Asset Allocation) ทั้งนี้การปรับการกระจายน้ำหนักตามเงื่อนไขในแต่ละจุดของเวลาของการบริหารพอร์ตตราสารหนี้พึงทำในลักษณะของมืออาชีพ โดยให้พอร์ตตราสารหนี้ที่ได้เป็นผลลัพธ์มีลักษณะตรงตามเงื่อนไขที่กำหนดไว้ก่อนเป็นการล่วงหน้า โดยเฉพาะอย่างยิ่ง เงื่อนไขระดับความเสี่ยงขั้นสูง (Risk Tolerance)

โดยทั่วไประดับความเสี่ยงขั้นสูงที่กำหนดไว้เป็นนโยบายและระดับความเสี่ยงที่เป็นจริงของพอร์ตตราสารหนี้มักใช้มูลค่าความเสี่ยง (Value at Risk หรือ VaR) เป็นเครื่องชี้ โดยที่ค่า VaR อาจมีการระบุเป็นตัวเงินหรือเป็นร้อยละของมูลค่าของเงินลงทุนตอนต้นงวด

เป็นที่พึงสังเกตว่า อัตราผลตอบแทนของพอร์ตตราสารหนี้ย่อมต้องเท่ากับอัตราผลตอบแทนของดัชนี CMT (Constant Maturity Treasury Index)[1] ซึ่งมีอายุคงเหลือตรงกับอายุของกระแสเงินที่ตราสารหนี้ในพอร์ตจะจ่ายให้ในอนาคตแก่ผู้ลงทุน รวมกันแบบถัวเฉลี่ยถ่วงน้ำหนัก กล่าวคือ

$$\tilde{r}_B = w_{T1}\tilde{r}_B(T1)+w_{T2}\tilde{r}_B(T2)+...+w_{TK}\tilde{r}_B(TK) \quad (1)$$

โดยที่ $\tilde{r}_B$ เป็นอัตราผลตอบแทนของพอร์ตตราสารหนี้ w_{TK} เป็นน้ำหนักการกระจายเงินลงทุนในตราสารหนี้ ซึ่งกำหนดคูปองเป็นศูนย์และมีอายุคงเหลือ Tk $\tilde{r}_B(Tk)$ เป็นอัตราผลตอบแทนจากการลงทุนในตราสารหนี้ซึ่งมีอายุคงเหลือ Tk ในขณะที่ Tk = T1 T2 ... TK ส่วน $\tilde{r}_B(Tk)$ คำนวณจากดัชนี CMT ซึ่งมีอายุคงเหลือ Tk

กำหนดต่อไปให้ $F\{r_B(T1), ..., r_B(TK)\}$ และ $f\{r_B(T1), ..., r_B(TK)\}$ เป็นฟังก์ชั่นการแจกแจงร่วมแบบสะสม (Cumulative Probability Density Function หรือ CDF) และฟังก์ชั่นการแจกแจงร่วม (Probability Density Function หรือ PDF) ของตัวแปรร่วมซึ่งเป็นอัตราผลตอบแทน $\{r_B(T1), ..., r_B(TK)\}$ แล้ว ระดับมูลค่าความเสี่ยง $VaR_\alpha(r_B)$ ของพอร์ตตราสารหนี้ คิดเป็นร้อยละของเงินลงทุน ณ ระดับความเชื่อมั่นร้อยละ 1-α สามารถกำหนดได้จากค่า -1 คูณ r ตามสมการที่ (2)

$$\int_{-\infty}^{r}\int_{-\infty}^{r-w_{TK}r_B(TK)}\cdots\int_{-\infty}^{r-\ldots-w_{T2}r_B(T2)} f\{r_B(T1), ..., r_B(TK)\}\, dr_B(T)\ldots dr_B(TK) = \alpha \quad (2)$$

การประเมินค่า VaR ในกรณีทั่วไปตามสมการที่ (2) แบบคำนวณจากสูตร (Analytical Formula) เป็นกระบวนการที่ซับซ้อนและปฏิบัติจริงได้ยากมาก อย่างไรก็ตาม ในกรณีเฉพาะ เมื่อการประเมินระดับความเสี่ยงโดยค่า VaR ทำสำหรับระยะเวลาสั้นๆ (Risk Management Horizon) เช่น 1 วัน และการแจกแจงของอัตราผลตอบแทน $\{r_B(T1), ..., r_B(TK)\}$ มีการแจกแจงร่วมแบบปกติ ซึ่งมีเวคเตอร์ของค่าที่คาดเป็นศูนย์ และมีแมทริกของค่าความแปรปรวนร่วมเท่ากับ Ω โดยที่ค่าความแปรปรวนร่วมของตราสารหนี้ซึ่งมีอายุ Ti และ Tj เท่ากับ σ_{ij} แล้ว ค่า $VaR_\alpha(r_B)$ ของพอร์ตตราสารหนี้จะกำหนดได้อย่างตรงไปตรงมาผ่านความสัมพันธ์ในกลุ่มสมการที่ (3)

$$VaR_\alpha(r_B) = -Z_\alpha\sigma_B \quad (3.1)$$

โดยที่ Z_α เป็นค่าสถิติ z (z Score) ซึ่งมีค่าตรงกับระดับความน่าจะเป็น α ส่วนค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน σ_B ของพอร์ตตราสารหนี้คำนวณได้จาก

$$\sigma_B = \sum_{i}^{TK}\sum_{j}^{TK} w_{Ti}w_{Tj}\sigma_{ij}$$

[1] กำหนดให้ y(Tk) เป็นอัตราคิดลดของตราสารหนี้ภาครัฐที่กำหนดอัตราคูปองเป็นศูนย์ และมีอายุคงเหลือ Tk ปี ดัชนี CMT สำหรับอายุคงเหลือ Tk สามารถคำนวณได้จาก 100exp{-Tk x y(Tk)}

2. อัตราผลตอบแทนของตราสารหนี้ไม่ได้มีการแจกแจงแบบปกติ

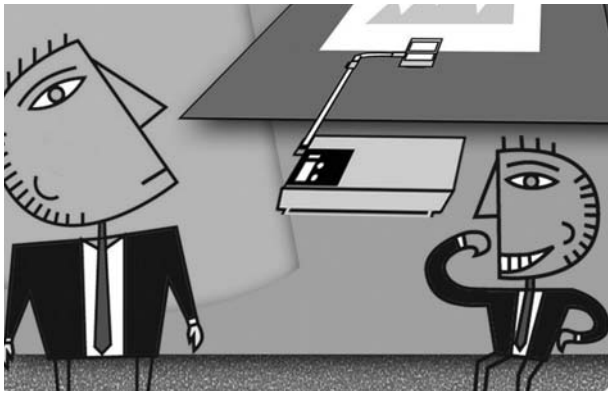
การศึกษาในอดีต เช่น อัญญา ขันธวิทย์ (2541 และ 2547) เป็นต้น พบว่า การแจกแจงของอัตราผลตอบแทนของตราสารหนี้มิได้เป็นแบบปกติ ซึ่งผู้เขียนจะตรวจสอบซ้ำ ณ ที่นี้อีกครั้งหนึ่งว่าการแจกแจงของอัตราผลตอบแทนเป็นแบบปกติหรือไม่ ความจริงข้อนี้สำคัญ เพราะหากการแจกแจงของอัตราผลตอบแทนของตราสารหนี้ไม่ได้เป็นแบบปกติ การคำนวณค่า VaR ของพอร์ตตราสารหนี้ตามกลุ่มสมการที่ (3) ซึ่งมีการใช้งานกันอย่างกว้างขวางในต่างประเทศและในประเทศไทย อาจให้ค่า VaR ที่ต่างไปจากค่า VaR ที่เป็นจริงไปมาก ส่งผลให้การตัดสินใจบริหารพอร์ตตราสารหนี้โดยอาศัยค่า VaR เป็นข้อมูลประกอบอาจเป็นการตัดสินใจที่ไม่เหมาะสมได้

2.1 การทดสอบรูปแบบการแจกแจงของอัตราผลตอบแทนของตราสารหนี้

ผู้เขียนชี้ว่า หากอัตราผลตอบแทนของตราสารหนี้ที่คำนวณจากดัชนี CMT แต่ละตัวมีการแจกแจงแบบปกติ การแจกแจงร่วมของกลุ่มตราสารหนี้ย่อมเป็นแบบปกติด้วย ในการทดสอบ ผู้เขียนจะพิจารณาอัตราผลตอบแทนจากดัชนี CMT ของแต่ละอายุคงเหลือทีละตัวว่า การแจกแจงใดจะสามารถพรรณนาการกระจายตัวของอัตราผลตอบแทนได้ดีที่สุด ทั้งนี้ การแจกแจงที่พิจารณาเปรียบเทียบประกอบด้วยการแจกแจงแบบปกติ การแจกแจงแบบ Logistic การแจกแจงแบบ Triangle การแจกแจงแบบ Generalized Beta และการแจกแจงแบบ Log Normal ความสามารถในการพรรณนาการกระจายตัวของตราสารหนี้โดยการแจกแจงรูปแบบ m จะใช้ค่าสถิติ Chi - Square ($\chi^2(m)$) เป็นเครื่องชี้ ค่าสถิตินี้คำนวณได้จาก

$$\chi^2(m) = \sum_{s=1}^{S} \frac{\{n_s - E_m(ns)\}^2}{E_m(ns)} \qquad (4)$$

โดยที่การทดสอบจะแบ่งช่วงการกระจายตัวของอัตราผลตอบแทนออกเป็น S ช่วง n_s เป็นจำนวนอัตราผลตอบแทนที่ตกในช่วง s



E_m (ns) เป็นจำนวนอัตราผลตอบแทนที่คาดว่าจะตกในช่วง s ภายใต้การแจกแจง m ที่กำลังพิจารณา ส่วน s เป็นช่วงที่แบ่งการกระจายตัวซึ่งมีช่วง s = 1 2 ... S หากการแจกแจง m เป็นการแจกแจงที่แท้จริงของอัตราผลตอบแทน ค่าสถิติ $\chi^2(m)$ จะต้องมีการแจกแจงแบบไคสแควร์ที่มีองศาความเป็นอิสระ (Degrees of Freedom) เท่ากับ S - 1 ผู้เขียนจะสรุปว่าการแจกแจง m ซึ่งให้ค่าสถิติ $\chi^2(m)$ ที่ต่ำกว่าจะเป็นการแจกแจงที่พรรณนาการกระจายตัวของผลตอบแทนได้ดีกว่า

2.2 ข้อมูลที่ทดสอบและผลการทดสอบ

ผู้เขียนใช้ข้อมูลอนุกรมเวลารายวันของ Historical Interpolated Government Bond Yields ซึ่งรายงานโดยธนาคารแห่งประเทศไทย ตั้งแต่วันที่ 1 มีนาคม 2544 จนถึงวันที่ 9 มิถุนายน 2549 จำนวนรวม 1,369 วัน เพื่อคำนวณดัชนี CMT และอัตราผลตอบแทนของตราสารหนี้สำหรับแต่ละอายุคงเหลือ การทดสอบการแจกแจงโดยใช้ข้อมูลสำหรับดัชนี CMT ที่มีอายุคงเหลือ Tk เท่ากับ 1 เดือน 3 เดือน 6 เดือน 1 ปี 2 ปี เรื่อยไปจนถึง 12 ปี เพิ่มขึ้นทีละปี พบว่ามีความจริง 2 ข้อปรากฏขึ้น คือ[2]

(ก) การแจกแจงแบบ Logistic เป็นการแจกแจงที่สามารถพรรณนาการกระจายตัวของอัตราผลตอบแทนของตราสารหนี้ไทยได้ดีที่สุดสำหรับดัชนี CMT ที่มีอายุคงเหลือทุกช่วง Tk

(ข) อย่างไรก็ตาม การทดสอบแบบไคสแควร์ปฏิเสธการแจกแจงแบบ Logistic ณ ระดับความเชื่อมั่นสูง สำหรับดัชนี CMT ที่มีอายุคงเหลือทุกช่วง Tk

[2] การทดสอบที่ใช้ข้อมูล 250 วันล่าสุด เริ่มตั้งแต่วันที่ 16 มิถุนายน 2548 จนถึงวันที่ 9 มิถุนายน 2549 ได้ผลลัพธ์ใกล้เคียงกัน ยกเว้นดัชนี CMT ซึ่งมีอายุคงเหลือ 1 ปี ที่การแจกแจงแบบ Generalized Beta สามารถพรรณนาการกระจายตัวได้ดีที่สุด และรองลงมาจึงเป็นการแจกแจงแบบ Logistic

ผลลัพธ์จากข้อ (ก) และ (ข) ข้างต้น ทำให้ทราบตามมาเป็นผลลัพธ์ต่อเนื่องว่า การแจกแจงแบบปกติ ไม่ใช่การแจกแจงที่สามารถพรรณนาการกระจายตัวของอัตราผลตอบแทนของตราสารหนี้ได้ดีและยังเป็นการแจกแจงที่ถูกปฏิเสธโดยการทดสอบ ณ ระดับความเชื่อมั่นสูงด้วย

3. การแจกแจงแบบ Logistic ของอัตราผลตอบแทนของตราสารหนี้

3.1 รูปแบบของการแจกแจง

การแจกแจงแบบ Logistic เป็นการแจกแจงแบบสมมาตรแต่มีหางอ้วน (Fat-Tailed Distribution) กว่าการแจกแจงแบบปกติ กำหนดให้ x เป็นตัวแปรที่มีการแจกแจงแบบ Logistic การกระจายตัวของตัวแปร x จะอยู่ในช่วง $(-\infty,\infty)$ และการแจกแจงจะถูกกำกับโดยค่าพารามิเตอร์ 2 ตัว คือ ค่า α และค่า β การแจกแจงแบบ Logistic มีฟังก์ชั่น PDF f(x) ดังสมการที่ (5) และฟังก์ชั่น CDF F(x) เป็นดังสมการที่ (6)

$$f(x) = \frac{h}{\beta\,(1+h)^2} \qquad (5)$$

$$F(x) = \frac{1}{1+h} \qquad (6)$$

โดยที่ $h = \exp\left\{-\frac{x-\alpha}{\beta}\right\}$ ซึ่งทำให้ตัวแปร x มีค่ากลางเท่ากับ α และค่าความแปรปรวนเท่ากับ $\frac{\beta^2\pi^2}{3}$

3.2 ค่าพารามิเตอร์

ตารางที่ (1) แสดงค่าพารามิเตอร์ α และ β ซึ่งกำกับการแจกแจงแบบ Logistic ของอัตราผลตอบแทนจากดัชนี CMT

ตารางที่ 1 ค่าพารามิเตอร์ α และ β ซึ่งกำกับการแจกแจงแบบ Logistic ของอัตราผลตอบแทนของตราสารหนี้ตามดัชนี CMT

อายุคงเหลือ	ค่าพารามิเตอร์	
	ค่า Alpha	ค่า Beta
1 เดือน	-9.1947E-06	1.4255E-05
3 เดือน	-2.0651E-05	3.6846E-05
6 เดือน	-2.3238E-05	6.2626E-05
1 ปี	-6.0866E-06	2.0802E-04
2 ปี	-1.2429E-04	3.1229E-04
3 ปี	-1.8837E-04	5.7223E-04
4 ปี	-2.3350E-04	8.3590E-04
5 ปี	-2.5355E-04	1.0454E-03
6 ปี	-2.9399E-04	1.3568E-03
7 ปี	-2.9383E-04	1.7131E-03
8 ปี	-3.3004E-04	1.9173E-03
9 ปี	-3.7128E-04	2.2547E-03
10 ปี	-3.5009E-04	2.4239E-03
11 ปี	-4.0970E-04	2.5990E-03
12 ปี	-4.5509E-04	2.8690E-03

3.3 การแจกแจงร่วมแบบ Logistic

เมื่ออัตราผลตอบแทนของดัชนี CMT สำหรับอายุคงเหลือทุกช่วงมีการแจกแจงแบบ Logistic แล้ว Johnson and Kotz (1972) ชี้ว่าการแจกแจงร่วมของอัตราผลตอบแทนย่อมเป็นการแจกแจงร่วมแบบ Logistic ด้วย โดยที่การแจกแจงร่วมมีรูปฟังก์ชั่น PDF และฟังก์ชั่น CDF ดังสมการที่ (7) และ (8)

$$f\left\{r_B(T1),\ldots, r_B(TK)\right\} = (TK)!\left[1+\sum_{Tk=1}^{TK}\exp\left\{\frac{r_B(Tk)-\alpha_{Tk}}{\sigma_{Tk}}\right\}\right]^{-(TK+1)} \times \exp\left\{-\sum_{Tk=1}^{TK}\frac{r_B(Tk)-\alpha_{Tk}}{\sigma_{Tk}}\right\} \quad (7)$$

$$F\left\{r_B(T1),\ldots, r_B(TK)\right\} = \frac{1}{1+\sum_{Tk=1}^{TK}\exp\left\{-\frac{r_B(Tk)-\alpha_{Tk}}{\sigma_{Tk}}\right\}} \quad (8)$$

โดยที่ $\sigma_{Tk} = \sqrt{\frac{\beta^2_{Tk}\pi^2}{3}}$

เมื่อการวิเคราะห์สามารถระบุฟังก์ชั่น PDF ของการแจกแจงร่วมของอัตราผลตอบแทนของตราสารหนี้ได้ดังสมการที่ (7) ในหลักการ การระบุค่า VaR ของพอร์ตตราสารหนี้สามารถดำเนินต่อไปได้โดยการระบุให้เท่ากับ -1 คูณค่า r จากสมการที่ (2) โดยพิจารณาจากฟังก์ชั่น f{.} ในสมการที่ (2) ให้เป็นฟังก์ชั่น PDF ตามสมการที่ (7) และใช้ค่าพารามิเตอร์จากตารางที่ 1

3.4 ประเด็นปัญหาในทางปฏิบัติ

การระบุค่า VaR ตามสมการที่ (2) และสมการที่ (7) สามารถเกิดขึ้นจริงได้ยากมากในทางปฏิบัติ เพราะฟังก์ชั่น PDF ตามสมการที่ (7) มีความซับซ้อน การระบุจึงต้องใช้วิธี Numerical Integration หรือ Monte Carlo Integration ซึ่งแม้ผู้ปฏิบัติจะผ่านปัญหานี้ไปได้ ผู้ปฏิบัติจะพบกับปัญหาต่อไป ซึ่งแก้ได้ยากกว่ามาก

นับเป็น **"โชคดี"** ที่การตรวจสอบพบว่า อัตราผลตอบแทนของตราสารหนี้ทุกตัวมีการแจกแจงแบบ Logistic ทำให้การแจกแจงร่วมเป็นแบบ Logistic ตามไปด้วย ซึ่งรูปแบบของฟังก์ชั่นการแจกแจงและการแจกแจงร่วมแบบ Logistic ได้มีผู้ศึกษาไว้แล้วอย่างกว้างขวางแล้วในอดีต อย่างไรก็ตาม พอร์ตการลงทุนของผู้ลงทุนอาจมีการลงทุนในหลักทรัพย์อื่น เช่น หุ้นสามัญ ซึ่งอาจมีการแจกแจงรูปแบบอื่น เช่น แบบปกติ หรือการแจกแจงของตราสารหนี้อาจเปลี่ยนรูปไปตามเวลา เช่น การศึกษาพบว่า การแจกแจงของดัชนี CMT อายุ 1 ปี ในประเทศไทย เป็นแบบ Generalized Beta หากใช้ข้อมูลล่าสุดย้อนหลัง 250 วัน แทนการใช้ข้อมูลทั้งชุด เป็นต้น ซึ่งเมื่อการแจกแจงของหลักทรัพย์อย่างน้อย 1 ตัว เป็นการแจกแจงรูปแบบอื่นที่มีใช้แบบ Logistic การเขียนรูปแบบฟังก์ชั่นการแจกแจงร่วมจะเป็นสิ่งที่ทำได้ยากมากจนถึงทำไม่ได้เลย

4. การใช้ Copula เพื่อแก้ปัญหาในทางปฏิบัติ

4.1 Sklar's Theorem

เทคนิค Copula สามารถนำมาประยุกต์ใช้เพื่อแก้ปัญหาในทางปฏิบัติ โดยที่การประเมินค่า VaR จากฟังก์ชั่น Copula บางรูปแบบสามารถทำได้อย่างตรงไปตรงมา ในขณะที่การเขียนฟังก์ชั่นการแจกแจงร่วมของตัวแปรที่มาจากการแจกแจงต่างสกุลกันยังสามารถทำได้ทันทีโดยใช้ข้อมูลจากฟังก์ชั่นการแจกแจง PDF และ CDF เฉพาะตัวของอัตราผลตอบแทนของตราสารหนี้แต่ละตัว

Sklar (1973) พิสูจน์ไว้ใน Sklar's Theorem[3] ว่า ฟังก์ชั่นการแจกแจงร่วมแบบสะสม CDF ของกลุ่มอัตราผลตอบแทนของตราสารหนี้ สามารถเขียนได้ว่าเท่ากับฟังก์ชั่น Copula (Copula Function) ของฟังก์ชั่นการแจกแจงสะสมรายตัวของอัตราผลตอบแทนแต่ละตัว กล่าวคือ

$$F\left\{r_B(T1),\ldots, r_B(TK)\right\} = C\left\{F_{T1}\left\{r_B(T1)\right\},\ldots, F_{TK}\left\{r_B(TK)\right\}\right\} \quad (9)$$

โดยที่ c{.} เป็นฟังก์ชั่น Copula ส่วน $F_{Tk}\{r_B(TK)\}$เป็นฟังก์ชั่น CDF ของอัตราผลตอบแทนของดัชนี CMT รายตัว ซึ่งมีอายุคงเหลือ Tk = 1 2 ... TK เมื่อการทดสอบพบว่าฟังก์ชั่น $F_{TK}\{r_B(Tk)\}$ เป็นแบบ Logistic จะได้ฟังก์ชั่น $F_{Tk}\{r_B(Tk)\}$เฉพาะตัวของอัตราผลตอบแทนของดัชนี CMT แต่ละตัว ซึ่งมีอายุคงเหลือ Tk ย่อมเป็นดังสมการที่ (6) และมีค่าพารามิเตอร์กำกับไว้ตามที่คำนวณได้ในตารางที่ 1

[3] งานของ Sklar ตีพิมพ์ครั้งแรกในปี 1959 เป็นภาษาฝรั่งเศส

4.2 รูปแบบของฟังก์ชั่น Copula

ฟังก์ชั่น Copula มีหลายรูปแบบ แต่ที่ใช้กันแพร่หลายในการศึกษาด้านบริหารการเงินและการบริหารความเสี่ยงเป็นฟังก์ชั่นรูป Gaussian Copula ซึ่งมีรูปดังสมการที่ (10)

$$C(u_{T1},..., u_{Tk}; R) = \Phi_R(\Phi^{-1}(u_{T1}),..., \Phi^{-1}(u_{Tk})) \qquad (10)$$

โดยที่ $u_{Tk} = F_{Tk}\{r_B(Tk)\}$ Φ_R เป็นฟังก์ชั่นการแจกแจงร่วม CDF แบบปกติสะสม Φ^{-1} เป็นฟังก์ชั่น PDF แบบอินเวอร์สของฟังก์ชั่นการแจกแจงแบบปกติสะสม ส่วน R เป็นแมทริกของค่าสหสัมพันธ์ระหว่างตัวแปร $\Phi^{-1}(u_{Ti})$ ร่วมกับตัวแปร $\Phi^{-1}(u_{Tj})$

4.3 การกำหนดค่าพารามิเตอร์ของฟังก์ชั่น Gaussian Copula

การกำหนดค่าพารามิเตอร์ของฟังก์ชั่น Gaussian Copula อาศัยข้อมูลอนุกรมเวลาของอัตราผลตอบแทนของตราสารหนี้ที่ได้เกิดขึ้นจริง จากความสัมพันธ์ในสมการที่ (9) จะได้ความสัมพันธ์ระหว่างฟังก์ชั่น PDF ของอัตราผลตอบแทนกับฟังก์ชั่น Copula PDF ตามสมการที่ 11

$$f(r_B(T1),..., r_B(TK)) = c\{u_{T1},..., u_{Tk}\} \prod_{Tk=1}^{TK} f_{Tk}\{r_B(Tk)\} \qquad (11)$$

เมื่อ $c\{.\}$ เป็นฟังก์ชั่น Copula Density และ $f_{Tk}\{.\}$ เป็นฟังก์ชั่น PDF ของอัตราผลตอบแทนอายุ Tk แล้ว ฟังก์ชั่น $f_{Tk}(r_B(Tk))$ ที่มีรูป Logistic จะเป็นตามสมการที่ (5) และมีค่าพารามิเตอร์ที่กำกับดังในตารางที่ 1 ยิ่งกว่านั้น เมื่อ $c\{.\}$ เป็นฟังก์ชั่น Gaussian Copula ฟังก์ชั่น Copula Density $c\{.\}$ จะมีรูปแบบ

$$c\{.\} = \frac{\dfrac{1}{(2\pi)^{\frac{TK}{2}}|R|^{\frac{1}{2}}} \exp\left\{-\frac{1}{2} U'R^{-1}U\right\}}{\prod_{Tk=1}^{TK} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} u^2_{Tk}} \qquad (12)$$

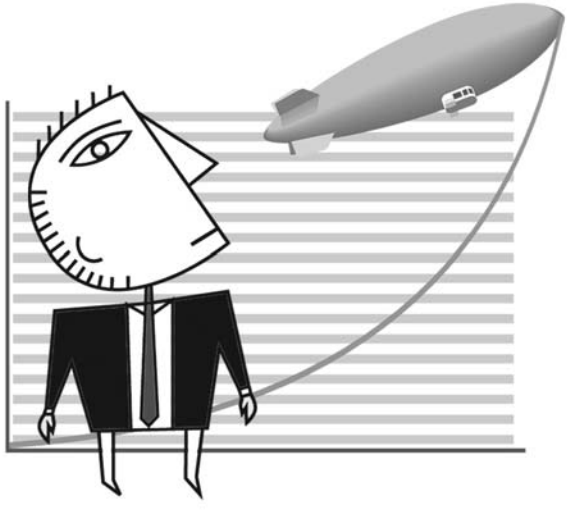
โดยที่ $U = \{u_{T1},..., u_{Tk}\}$

สังเกตว่าค่าพารามิเตอร์ของฟังก์ชั่น Gaussian Copula ประกอบด้วย แมทริก R ของค่าสหสัมพันธ์ และค่าพารามิเตอร์ α_{Tk} และ β_{Tk} สำหรับฟังก์ชั่นการแจกแจงแบบ Logistic ของอัตราผลตอบแทน Tk แต่ละตัว ผู้เขียนเสนอให้การกำหนดค่าพารามิเตอร์ทำเป็น 2 ขั้นตอน ตามแนวทางที่ Joe and Xu (1996) เสนอ ซึ่งเป็นวิธี Inference for the Margins หรือ IFM โดยที่ในขั้นตอนแรก การกำหนดค่าจะกำหนดค่าพารามิเตอร์ α และ β ของฟังก์ชั่น Logistic ของอัตราผลตอบแทนทุกตัวก่อนทีละตัว จากนั้นในขั้นตอนที่สอง การกำหนดค่าจึงใช้ค่าพารามิเตอร์ที่ได้รับจากขั้นตอนที่หนึ่งมาคำนวณค่าตัวแปร u_{Tk} สำหรับประกอบการกำหนดค่าพารามิเตอร์ R ตามสมการที่ (10) และ (12) ทั้งนี้การกำหนดค่าพารามิเตอร์ในขั้นตอนที่สองดังกล่าว จะใช้วิธี Maximum Likelihood Estimation (MLE)

หากการกำหนดค่าพารามิเตอร์มีข้อมูลอัตราผลตอบแทน r_B จำนวน N วัน ซึ่งในที่นี้ N = 1,369 วัน และการกำหนดคำนวณค่า u_{Tk} ได้จากค่าพารามิเตอร์ในขั้นตอนที่หนึ่งแล้ว Magnus and Neudecker (1980) ชี้ว่า การกำหนดค่าแมทริกสหสัมพันธ์ R สามารถทำได้อย่างตรงไปตรงมาโดยสูตร

$$\hat{R}_{MLE} = \frac{1}{N}\sum_{t=1}^{N} U'_t U_t \qquad (13)$$

โดยที่ U_t เป็นแมทริก U ซึ่งคำนวณจากกลุ่มอัตราผลตอบแทนที่เกิดขึ้นตามชุดข้อมูลในวันที่ t



5. การระบุค่า VaR จากฟังก์ชั่น Gaussian Copula

5.1 วิธีการ

จาก Sklar's Theorem หากการระบุฟังก์ชั่นการแจกแจงร่วม CDF และ PDF ของอัตราผลตอบแทนทำได้ยากหรือทำไม่ได้ในทางปฏิบัติ การระบุค่า VaR อาจทำได้โดยใช้ฟังก์ชั่นการแจกแจงร่วม Copula CDF และ Copula Density เป็นการแจกแจงทดแทน ซึ่งการกำหนดค่า VaR สามารถทำได้ในหลักการโดยใช้ฟังก์ชั่นทางขวามือของสมการที่ (11) ซึ่งมีฟังก์ชั่น Copula Density เป็นส่วนประกอบในสมการที่ (2)

อย่างไรก็ตาม การประเมินค่า VaR ในทางตรงตามสมการที่ (2) ทำได้ยากมาก แต่เพื่อให้การทำงานดำเนินต่อไปได้ ผู้ประเมินค่า VaR อาจทำโดยใช้วิธี Monte Carlo Simulation

สังเกตว่า เมื่ออัตราผลตอบแทนมีการแจกแจงร่วม ซึ่งสามารถพรรณนาได้โดยฟังก์ชั่นการแจกแจง $F\{r_B(T1), ..., r_B(TK)\}$ และฟังก์ชั่น Copula ในรูป $C\{F_{T1}\{r_B(T1)\}, ..., F_{TK}\{r_B(TK)\}\}$แล้ว การแจกแจงของ $r_B = W_{T1} r_B(T1) + ... + w_{TK} r_B(TK)$ ซึ่งเป็นอัตราผลตอบแทนของพอร์ตตราสารหนี้ ที่เกิดจากการรวมกันของอัตราผลตอบแทนของดัชนี CMT แต่ละตัวในพอร์ต ย่อมสามารถพรรณนาทำได้ในทางตรงจากฟังก์ชั่น F{.} และ C{.} สมมติต่อไปให้ $f_B(r_B)$ เป็นฟังก์ชั่นการแจกแจง PDF ของอัตราผลตอบแทน r_B ของพอร์ตตราสารหนี้ หาก r_B ได้รับการสุ่มขึ้นมาเป็นจำนวนมากครั้งจากการแจกแจงแล้วมีการจัดเรียงข้อมูลจากน้อยไปมาก การระบุค่า VaR ย่อมทำได้อย่างตรงไปตรงมาว่าเป็นค่า -1 คูณอัตราผลตอบแทน r_B ที่อยู่ในตำแหน่งควอนไทล์ที่ 100α ของข้อมูลที่ได้จัดเรียง เมื่อการระบุทำ ณ ระดับความเชื่อมั่นร้อยละ $1 - \alpha$

การสุ่มอัตราผลตอบแทน r_B ของพอร์ตตราสารหนี้ขึ้นมาเป็นจำนวนมากจากการแจกแจง สามารถทำได้ง่ายกว่าโดยการใช้การแจกแจงตามฟังก์ชั่น Gaussion Copula ซึ่งการกำหนดค่า VaR ของพอร์ตตราสารหนี้ไทยในครั้งนี้เป็นการเฉพาะโดยใช้ Monte Carlo Simulation สามารถทำได้อย่างตรงไปตรงมาตามขั้นตอนต่อไปนี้ คือ

ขั้นตอนที่ 1 สุ่มตัวแปรแบบปกติมาตรฐาน (Standard Normal Variables) ซึ่งเป็นอิสระจากกันมาจำนวน TK ตัว เป็นเวคเตอร์ v ขนาด (TK x 1)

ขั้นตอนที่ 2 สร้างตัวแปรแบบปกติมาตรฐานเป็นเวคเตอร์ w ซึ่งมีความสัมพันธ์ต่อกันตามค่าแมทริกสหสัมพันธ์ โดยใช้ตัวแปรจากขั้นตอนที่ 1 ผ่านความสัมพันธ์

$$w = Y' v \qquad (14)$$

โดยที่ Y เป็นแมทริก Cholesky ของแมทริกสหสัมพันธ์ $\hat{R}_{MLE}$ ซึ่งกำหนดจาก $\hat{R}_{MLE} = Y'Y$

ขั้นตอนที่ 3 คำนวณเวคเตอร์ความน่าจะเป็นสะสมจากการแจกแจงแบบปกติมาตรฐาน ซึ่งประเมินถึงค่า w เกิดเป็นเวคเตอร์ $\mathbf{\Phi}$ (w)

ขั้นตอนที่ 4 แปลงสมาชิกของเวคเตอร์ $\mathbf{\Phi}$ (w) ให้เป็นอัตราผลตอบแทน $r_B(Tk)$ ของตราสารหนี้แต่ละตัว ในการสุ่มครั้งนี้ กล่าวคือ สำหรับอัตราผลตอบแทน r_B (Tk) ซึ่งตรงกับสมาชิก $\mathbf{\Phi}(w_{Tk})$ ตัวที่ Tk ของ $\mathbf{\Phi}$ (w) จะได้

$$r_B(Tk) = \alpha_{Tk} - \beta_{Tk} - \ln\left\{\frac{1}{\mathbf{\Phi}(W_{Tk})} - 1\right\} \qquad (15)$$

ขั้นตอนที่ 5 บวกสมาชิกที่ TK ตัวที่คำนวณได้จากขั้นตอนที่ 4 แบบถัวเฉลี่ยถ่วงน้ำหนักตามสมการที่ (1) ได้ผลลัพธ์เป็น r_B ของพอร์ตตราสารหนี้สำหรับการสุ่มครั้งนี้ จากนั้นบันทึกค่าอัตราผลตอบแทน r_B ไว้

ขั้นตอนที่ 6 กลับไปเริ่มกระบวนการตามขั้นตอนที่ 1 ถึงขั้นตอนที่ 5 ใหม่ เป็นจำนวนมากครั้ง เช่น M = 50,000 ครั้ง และเมื่อทำได้ครบ M ครั้งแล้ว ให้นำอัตราผลตอบแทน r_B จำนวน M ตัว ที่ได้สะสมไว้ มาเรียงกันตั้งแต่น้อยไปมาก

ขั้นตอนที่ 7 ค่า VaR ของพอร์ตตราสารหนี้จะเท่ากับ -1 คูณอัตราผลตอบแทนในตำแหน่ง ควอนไทล์ที่ α100 ซึ่งตรงกับตำแหน่งที่ αM ของการแจกแจงนั่นเอง ส่วนค่า VaR ที่เป็นตัวเงินสามารถคำนวณได้โดยใช้ค่า VaR ในรูปร้อยละ คูณจำนวนเงินลงทุนต้นงวด

เพื่อให้เกิดความสะดวกในการวิเคราะห์และการประยุกต์ใช้งานจริงสำหรับผู้อ่าน ผู้เขียนได้พัฒนาโปรแกรมสำเร็จรูปซึ่งทำงานภายใต้ Excel ร่วมกับโปรแกรม @RISK ไว้ ผู้อ่านซึ่งสนใจสามารถติดต่อขอรับได้จากผู้เขียนตามที่อยู่ akhantha@alpha.tu.ac.th ที่คณะพาณิชยศาสตร์และการบัญชี มหาวิทยาลัยธรรมศาสตร์

5.2 ความบกพร่องของค่า VaR ในฐานะตัวชี้วัดระดับความเสี่ยง และทางเลือกอื่น

ผู้เขียนระลึกถึงข้อสังเกตที่ Antzner et al. (1997) ตั้งสำหรับค่า VaR ว่าจะใช้เป็นตัวชี้วัดระดับความเสี่ยงได้ดีในฐานะ Coherent Risk Measure ได้เฉพาะเมื่อ การแจกแจงของอัตราผลตอบแทนของตราสารหนี้เป็นการแจกแจงร่วมในสกุล Elliptical เท่านั้น แต่การแจกแจงแบบ Logistic ซึ่งพบสำหรับอัตราผลตอบแทนของตราสารหนี้ไทยเป็นการแจกแจงที่ไม่อยู่ในสกุล Elliptical ค่า VaR จึงไม่ถือเป็นตัวชี้วัดระดับความเสี่ยงที่เหมาะสม เพราะค่า VaR ที่ได้เป็นผลลัพธ์อาจไม่เพิ่มขึ้นเป็นอัตราส่วนของจำนวนเงินลงทุน (Positive Homogeneity) การกระจายความเสี่ยงออกไปอาจให้ค่า VaR ที่สูงขึ้นแทนที่จะลดลง (Subadditivity) ค่า VaR อาจไม่สัมพันธ์กับผลลัพธ์ที่อาจจะได้รับจริงปลายงวด(Monotonicity) และ/หรือการลงทุนในสินทรัพย์ที่ไม่มีความเสี่ยงอาจไม่ช่วยลดค่า VaR ลงตามระดับที่ควรจะเป็นจริง (Transitional Invariance)

เมื่อพอร์ตตราสารหนี้ไทยมีอัตราผลตอบแทนมีการแจกแจงแบบ Logistic ซึ่งไม่อยู่ในสกุล Elliptical แล้วส่งผลให้ค่า VaR ขาดคุณสมบัติที่พึงประสงค์ข้อหนึ่งหรือหลายข้อรวมกัน การใช้ค่า VaR เพื่อการวัดระดับความเสี่ยง แล้วนำค่า VaR ที่ได้เป็นผลลัพธ์ไปทำการบริหารเงินลงทุนในพอร์ตตราสารหนี้อาจทำให้การตัดสินใจเกิดความผิดพลาด[4]

5.3 การแนะนำตัวชี้วัดเป็นค่า Expected Shortfall

ตัวชี้วัดระดับความเสี่ยงตัวหนึ่งซึ่งนิยมใช้กันแพร่หลายมากในอุตสาหกรรมการเงิน ซึ่งสามารถใช้เป็นทางเลือกเพื่อทดแทนค่า VaR เป็นค่า Expected Shortfall (ES) ค่า ES ได้ถูกแสดงให้เห็นจริงว่ามีคุณสมบัติของ Coherent Risk Measure ครบถ้วนในทุกเงื่อนไขของการแจกแจงร่วม จึงสามารถชี้ถึงระดับความเสี่ยงที่ถูกต้องเหมาะสมมากกว่าสำหรับการลงทุนในพอร์ตตราสารหนี้ไทย

ค่า ES สามารถนิยามได้ตามสมการที่ (16) ณ ระดับความเชื่อมั่น 1 - α ว่าเท่ากับ

$$\text{ค่า ES} = -E\left[r_B \,\middle|\, r_B < -\,\text{VaR}_\alpha\right] \qquad (16)$$

ซึ่งการคำนวณค่า ES สำหรับพอร์ตตราสารหนี้โดยใช้ฟังก์ชั่น Copula สามารถทำได้อย่างตรงไปตรงมา โดยเป็นส่วนขยายของการระบุค่า VaR โดยวิธี Monte Carlo Simulation ในย่อหน้าบนกล่าวคือ

เมื่อการทำ Monte Carlo Simulation ได้สุ่มค่า r_B ขึ้นมาเป็นจำนวนมากครั้ง จากฟังก์ชั่น Copula ทำการจัดเรียงค่า r_B จาก

---

[4] เมื่อการทดสอบพบว่า การแจกแจงแบบ Logistic เป็นการแจกแจงที่สามารถพรรณนาพฤติกรรมความเสี่ยงของตราสารหนี้ได้ดีกว่าการแจกแจงรูปแบบอื่นแล้ว ผลการทดสอบย่อมเป็นหลักฐานทางวิทยาศาสตร์ที่ชี้ให้ผู้เขียนใช้การแจกแจงแบบ Logistic ในการวิเคราะห์ค่าความเสี่ยงผ่าน Copula อย่างไรก็ตาม ผู้เขียนไม่ได้ปฏิเสธข้อสังเกตที่ผู้อ่านบางท่านอาจตั้งขึ้นว่า การใช้การแจกแจงรูปแบบอื่นใน Copula มีโอกาสที่จะให้ผลลัพธ์ที่ดีกว่า แต่ทางเลือกอื่นของรูปแบบการแจกแจงย่อมมีจำนวนมากเป็นอนันต์ และผู้เขียนไม่พบหลักฐานใดที่ชี้ให้พิจารณาการแจกแจงที่เป็นทางเลือกเหล่านั้น

ผู้อ่านบางท่านยังอาจตั้งคำถามเพิ่มเติมว่า เมื่อค่า VaR ซึ่งเป็นที่นิยม สามารถใช้งานได้ดีเฉพาะเมื่อการแจกแจงของอัตราผลตอบแทนของพอร์ตตราสารหนี้เป็นแบบ Elliptical แล้ว เหตุใดการศึกษาจึงไม่พิจารณาเฉพาะการแจกแจงที่อยู่ในกลุ่ม Elliptical เท่านั้น สำหรับคำถามอันอาจเกิดขึ้นข้อนี้ ผู้เขียนอธิบายว่า งานวิชาการจะใช้ข้อความจริงเป็นที่ตั้ง แล้วจึงศึกษา ค้นคว้า พัฒนาเครื่องมือให้มีความถูกต้องและสอดคล้องกับความจริงที่เป็น ดังนั้น เมื่อผู้เขียนมีหลักฐานที่ชี้ว่า การแจกแจงของอัตราผลตอบแทนของพอร์ตตราสารหนี้มิได้เป็นแบบ Elliptical การศึกษาจึงพัฒนาต่อไปสู่วิธี Copula และการวัดค่าความเสี่ยงด้วยค่า ES ภายใต้เงื่อนไขที่เป็นจริงตามที่พบนั้น

น้อยไปมาก และระบุค่า VaR ว่าเป็น -1 คูณค่า r_B ในตำแหน่งควอนไทล์ที่ α100 แล้ว ค่า ES จะคำนวณได้โดยใช้ -1 คูณค่าเฉลี่ยของ r_B ที่มีระดับต่ำกว่าค่า -1 คูณค่า VaR ที่ระบุได้นั่นเอง

สุดท้าย ผู้เขียนได้เขียนโปรแกรมคอมพิวเตอร์ซึ่งใช้ในการวิเคราะห์ค่า ES ของพอร์ตตราสารหนี้ไว้แล้ว ซึ่งผู้สนใจใช้สามารถติดต่อขอรับได้ตามที่อยู่ซึ่งให้ไว้ในย่อหน้าบน

6. กรณีศึกษา ระดับความเสี่ยงของพอร์ตตราสารหนี้ไทย

6.1 ระดับความเสี่ยงของพอร์ตตราสารหนี้ไทย

ผู้เขียนได้ศึกษาระดับความเสี่ยงของพอร์ตตราสารหนี้ไทยซึ่งลงทุนในดัชนี CMT เพื่อเป็นกรณีศึกษา โดยพอร์ตของตราสารหนี้ที่ศึกษามีการกระจายน้ำหนักเท่ากัน (Equally - Weighted Portfolio) ในดัชนี CMT ซึ่งเป็นสมาชิกของพอร์ต จำนวน 6 ชุด

ชุดที่ 1 ประกอบด้วย ดัชนี CMT อายุ 1 เดือน 3 เดือน 6 เดือน และ 1 ปี ซึ่งสะท้อนถึงอัตราผลตอบแทนระยะสั้นในตลาดเงิน

ชุดที่ 2 ประกอบด้วย ดัชนี CMT อายุ 1 ปี 2 ปี และ 3 ปี ซึ่งสะท้อนถึงอัตราผลตอบแทนระยะสั้นในตลาดทุน

ชุดที่ 3 ประกอบด้วย ดัชนี CMT อายุ 3 ปี 4 ปี 5 ปี 6 ปี และ 7 ปี ซึ่งสะท้อนถึงอัตราผลตอบแทนระยะปานกลางในตลาดทุน

ชุดที่ 4 ประกอบด้วย ดัชนี CMT อายุ 7 ปี 8 ปี 9 ปี และ 10 ปี ซึ่งสะท้อนถึงอัตราผลตอบแทนระยะยาวในตลาดทุน

ชุดที่ 5 ประกอบด้วย ดัชนี CMT อายุ 10 ปี 11 ปี และ 12 ปี ซึ่งสะท้อนถึงอัตราผลตอบแทนระยะยาวมากในตลาดทุน

ชุดที่ 6 ประกอบด้วย ดัชนี CMT อายุ 1 ปี 2 ปี 3 ปี จนถึง 12 ปี ซึ่งสะท้อนถึงอัตราผลตอบแทนรวมของตลาดตราสารหนี้ในตลาดทุน

การคำนวณระดับความเสี่ยงจะพิจารณาค่า ES และค่า VaR จากฟังก์ชั่น Copula[5] นอกจากนั้น ผู้เขียนจะคำนวณค่า VaR ที่คำนวณภายใต้สมมติฐานของการแจกแจงแบบปกติเพื่อใช้เปรียบเทียบด้วย ทั้งนี้การวิเคราะห์จะทำ ณ ระดับความเชื่อมั่นร้อยละ 99.00 97.50 และ 95.00 ผลลัพธ์ได้แสดงไว้ดังตารางที่ 2 ทั้งนี้ผู้เขียนรายงานค่า VaR จากวิธี Copula และวิธี Normality เพื่อให้ผู้อ่านเห็นภาพว่าการใช้มาตรวัดเดียวกันคือค่า VaR แต่ใช้การแจกแจงที่ต่างกันอาจทำให้การวิเคราะห์ได้ผลลัพธ์ที่ต่างกันมาก นอกจากนั้น การรายงานค่า ES ร่วมกับค่า VaR ของวิธี Copula มีวัตถุประสงค์ให้ผู้อ่านเห็นข้อแตกต่างระหว่างค่า ES ที่มีคุณสมบัติ Coherent Risk Measure ครบถ้วน กับค่า VaR ที่ขาดคุณสมบัติ Coherent Risk Measure

[5] การคำนวณทำโดยการทำซ้ำกันทั้งสิ้น M = 50,000 ครั้ง

ตารางที่ 2 การเปรียบเทียบระดับความเสี่ยงของพอร์ตตราสารหนี้ไทย ซึ่งใช้ตัวชี้วัดค่า Copula ES ค่า Copula VaR และค่า Normality VaR

พอร์ตตราสารหนี้ไทย	ระดับความเชื่อมั่น ร้อยละ 99.00			ระดับความเชื่อมั่น ร้อยละ 97.50			ระดับความเชื่อมั่น ร้อยละ 95.00		
	Copula		Normality	Copula		Normality	Copula		Normality
	ค่า ES	ค่า VaR	ค่า VaR	ค่า ES	ค่า VaR	ค่า VaR	ค่า ES	ค่า VaR	ค่า VaR
ชุดที่ 1	0.0232%	0.0189%	0.0271%	0.0169%	0.0128%	0.0228%	0.0164%	0.0122%	0.0191%
ชุดที่ 2	0.1665%	0.1366%	0.1896%	0.1228%	0.0919%	0.1598%	0.1185%	0.0883%	0.1341%
ชุดที่ 3	0.6595%	0.5513%	0.6516%	0.5608%	0.4390%	0.5489%	0.4652%	0.3487%	0.4607%
ชุดที่ 4	1.2111%	0.9869%	1.1090%	1.0092%	0.7850%	0.9344%	0.8487%	0.6270%	0.7841%
ชุดที่ 5	1.3212%	1.0917%	1.2757%	1.1157%	0.8699%	1.0748%	0.9354%	0.6897%	0.9020%
ชุดที่ 6	0.7938%	0.6556%	0.7707%	0.6687%	0.5248%	0.6494%	0.5640%	0.4198%	0.5450%

ผลลัพธ์จากตารางที่ 2 ชี้ว่า ค่า Copula VaR มีระดับต่ำกว่าค่า Normality VaR สำหรับความเชื่อมั่นในทุกระดับ และสำหรับชุดข้อมูลทั้ง 6 ชุด โดยที่ค่า Copula ES มีระดับสูงกว่าค่า Normality VaR เล็กน้อย ผลลัพธ์นี้ชี้ว่าค่า Normality VaR จะทำให้การบริหารจัดการพอร์ตตราสารหนี้มีความเป็นอนุรักษ์นิยมมากกว่าการใช้ค่า Copula VaR แต่ผู้อ่านต้องเข้าใจว่า การมีระดับความเป็นอนุรักษ์นิยมมากหรือน้อย มิได้ชี้ถึงการบริหารพอร์ตตราสารหนี้ได้ดีกว่าหรือด้อยกว่า การบริหารพอร์ตตราสารหนี้ที่ดีกว่าจะต้องใช้ข้อมูลเป็นค่า VaR ที่มีระดับใกล้เคียงมากที่สุดกับค่า VaR ที่แท้จริงจากการแจกแจงของอัตราผลตอบแทน r_B ของพอร์ตตราสารหนี้ไทย

6.2 การทดสอบความสามารถของค่า VaR ที่ได้จากวิธีทั้งสองที่เป็นทางเลือก

ตารางที่ 2 สร้างขึ้นโดยมีวัตถุประสงค์เพื่อรายงานตัวชี้วัดระดับความเสี่ยงของพอร์ตตราสารหนี้ไทยโดยใช้วิธีและข้อสมมติฐานที่ต่างกัน ซึ่งตารางไม่ได้ให้ข้อมูลใดที่ชี้ในทางตรงหรือทางอ้อมชี้ว่า ค่า Copula VaR หรือ Normality VaR เป็นค่าที่ใช้งานได้ดีกว่ากัน แต่เนื่องจากคุณภาพของตัวแบบจำลองส่งผลต่อความแม่นยำของข้อมูลซึ่งเป็นค่า VaR ที่ผู้ลงทุนใช้ตัดสินใจในการบริหารการลงทุนในพอร์ตตราสารหนี้ไทย การทดสอบคุณภาพจึงจำเป็นอย่างยิ่ง

ผู้เขียนทำการทดสอบคุณภาพของค่า Copula VaR เปรียบเทียบกับค่า Normality VaR โดยใช้ข้อมูลอัตราผลตอบแทนจากดัชนี CMT ที่มีในมือ โดยแบ่งข้อมูลเป็น 2 ช่วง ช่วงแรกเริ่มตั้งแต่วันที่ 2 มีนาคม 2544 จนถึงวันที่ 15 มิถุนายน 2548 เป็นข้อมูลช่วงแรกจำนวน 1,119 วัน สำหรับการกำหนดค่าพารามิเตอร์และค่า VaR อ้างอิงของแต่ละวิธี ส่วนข้อมูลที่เหลือตั้งแต่วันที่ 16 มิถุนายน 2549 จนถึงวันที่ 9 มิถุนายน 2549 จำนวน 250 ตัวอย่าง[6] ได้ใช้เพื่อการทดสอบความสามารถของค่า VaR โดยการทดสอบจะใช้การแจงนับจำนวนวันที่อัตราผลขาดทุนที่เกิดขึ้นจริง (Exceedants) มีระดับเกินกว่าผลขาดทุนซึ่งเป็นค่า VaR ที่คำนวณได้จากแต่ละวิธี ค่า Copula VaR และค่า Normality VaR รวมทั้งจำนวนวันที่ขาดทุนเกินกว่า VaR ซึ่งแจงนับได้ ได้รายงานไว้ในตารางที่ 3

[6] ผู้อ่านบางท่านอาจตั้งข้อสังเกตว่า การใช้ตัวอย่างคนละชุดกันอาจให้ข้อสรุปที่ต่างกันมากเกี่ยวกับความสามารถในการชี้ค่าความเสี่ยงของวิธีที่ต่างกันอย่างไรก็ตาม ผู้เขียนชี้ว่า ตัวแบบจำลองที่การศึกษาพิจารณาเกี่ยวพันกับค่าพารามิเตอร์เป็นจำนวนมาก ซึ่งการศึกษาต้องใช้ตัวอย่างจำนวนมากในการกำหนดเพื่อให้เกิดความแม่นยำ ส่วนการใช้กลุ่มตัวอย่างจำนวน 250 ตัวอย่างที่เกิดขึ้นล่าสุดเพื่อทดสอบความสามารถของวิธี เป็นทางเลือกหนึ่งซึ่ง Bank for International Settlements แนะนำให้ใช้ นอกจากนั้น การศึกษานี้ยังสามารถนำไปประยุกต์ใช้ได้จริงในทันทีโดยสถาบันการเงินไทย ดังนั้น การใช้กลุ่มตัวอย่างที่เป็นปัจจุบันมากที่สุดจึงเป็นกลุ่มตัวอย่างที่เหมาะสมอย่างยิ่งกับการใช้งานผลการศึกษาตามวัตถุประสงค์นี้

ตารางที่ 3 ค่า Copula VaR และค่า Normality VaR เพื่อทำการทดสอบความสามารถและการแจงนับวันที่ขาดทุนเกินค่า VaR

พอร์ตตราสารหนี้ไทย	ระดับความเชื่อมั่น ร้อยละ 99.00				ระดับความเชื่อมั่น ร้อยละ 97.50				ระดับความเชื่อมั่น ร้อยละ 95.00			
	Copula VaR		Normality VaR		Copula VaR		Normality VaR		Copula VaR		Normality VaR	
	ค่า VaR	วัน	ค่า VaR	วัน	ค่า VaR	วัน	ค่า VaR	วัน	ค่า VaR	วัน	ค่า VaR	วัน
ชุดที่ 1	0.0161%	37***	0.0234%	27***	0.0128%	40***	0.0197%	33***	0.0102%	47***	0.0165%	37***
ชุดที่ 2	0.1326%	16***	0.1946%	3*	0.1046%	22***	0.1639%	10**	0.0842%	31***	0.1376%	14**
ชุดที่ 3	0.5337%	8**	0.6754%	3*	0.4281%	16**	0.5691%	8**	0.3464%	19**	0.4776%	10*
ชุดที่ 4	0.9629%	10***	1.1225%	5**	0.7707%	12**	0.9457%	10**	0.6131%	18**	0.7936%	11*
ชุดที่ 5	1.0561%	9**	1.2625%	8**	0.8329%	12**	1.0636%	9**	0.6613%	27***	0.8926%	11*
ชุดที่ 6	0.6443%	10***	0.7777%	7**	0.5129%	15**	0.6552%	10**	0.4099%	24**	0.5499%	11*

จากตารางที่ 3 ค่า Copula VaR จะมีระดับต่ำกว่าค่า Normality VaR สำหรับระดับความเชื่อมั่นทุกระดับ ส่งผลให้จำนวนที่แจงนับได้สำหรับค่า Copula VaR มีจำนวนมากวันกว่า แต่เพื่อให้ได้ข้อสรุปอย่างเป็นรูปธรรมเกี่ยวกับความสามารถในการชี้ระดับความเสี่ยงได้แม่นยำกว่า ผู้เขียนจะใช้การทดสอบข้อมูลในอดีต (Backtesting) ตามวิธีของ Bank for International Settlements (1996) ซึ่งแบ่งผลลัพธ์ออกเป็นโซนสีเขียว (*) สีเหลือง (**) และสีแดง (***) โดยที่หากจำนวนวันมีมากจนตกอยู่ในโซนสีแดง แสดงว่าวิธีนั้นใช้ไม่ได้และต้องปฏิเสธ หากตกอยู่ในโซนสีเหลือง แสดงว่าตัวแบบบกพร่อง แต่ยังใช้ได้ภายหลังปรับปรุง และสุดท้าย หากตกอยู่ในโซนสีเขียว แสดงว่าตัวแบบผ่านการทดสอบ สามารถนำไปใช้งานได้ทันที

ผลลัพธ์ของการทดสอบซึ่งชี้โดยดอกจัน ตามตารางที่ 3 ระบุว่าค่า Normality VaR มีคุณภาพดีกว่า (หรือคุณภาพด้อยน้อยกว่า) ค่า Copula VaR อย่างเห็นได้ชัด ส่วนค่า Copula VaR ไม่ผ่านการทดสอบหรือต้องแก้ไขเป็นจำนวนมากก่อนที่จะนำไปใช้งานจริงได้

7. การอภิปรายและการสรุปผล

การศึกษาในอดีตและการศึกษาที่ทำ ณ ที่นี้ พบว่า อัตราผลตอบแทนของตราสารหนี้ไม่ได้เป็นแบบปกติ ทำให้การคำนวณค่า VaR ภายใต้สมมติฐานที่การแจกแจงเป็นแบบปกติอาจมีความคลาดเคลื่อน หมายเหตุด้านเทคนิคฉบับนี้วิเคราะห์เทคนิคการใช้ฟังก์ชั่น Copula ในการระบุค่า VaR เพราะฟังก์ชั่น Copula สามารถใช้พรรณนาการแจกแจงร่วมของอัตราผลตอบแทนซึ่งมีลักษณะใดๆ ได้อย่างตรงไปตรงมา และการกำหนดค่า Copula VaR ยังทำได้โดยสะดวก เช่น โดยวิธี Monte Carlo Simulation การศึกษาพบว่า อัตราผลตอบแทนของตราสารหนี้ไทยมีการแจกแจงแบบ Logistic และการคำนวณค่า Copula VaR พบว่ามีระดับต่ำกว่าค่า Normality VaR

การทดสอบความสามารถของค่า Copula VaR เปรียบเทียบกับค่า Normality VaR ให้ผลลัพธ์ที่ผิดความคาดหมาย เพราะในหลักการ ฟังก์ชั่น Copula ควรพรรณนาการแจกแจงที่แท้จริงของอัตราผลตอบแทนของตราสารหนี้ได้ดีกว่าฟังก์ชั่นแบบปกติ แต่การทดสอบกลับพบว่าค่า Copula VaR ให้ค่า VaR ต่ำกว่าระดับที่ควรจะเป็นจริงไปมาก ในขณะที่ค่า Normality VaR ให้ผลลัพธ์ที่ดีกว่า[7] ผลลัพธ์ที่เกิดขึ้นนอกเหนือความคาดหมายอาจเกิดขึ้นได้จากเหตุผลหลายประการ

[7] ผลลัพธ์ที่ค่า Normality VaR ให้ค่าการพยากรณ์ได้ดีกว่าค่า VaR จากทางเลือกอื่นได้เคยพบก่อนหน้านี้สำหรับประเทศไทย โดย อัญญา ขันธวิทย์ (2547)

ประการแรก โครงสร้างของการแจกแจงอาจเปลี่ยนไปตามเวลา จึงทำให้ค่า Copula VaR ซึ่งมีโครงสร้างที่เคร่งครัดกว่าขาดความคล่องตัวในการพรรณนาการกระจายตัวของอัตราผลตอบแทน *ประการที่สอง* การกำหนดค่า Copula VaR ต้องอาศัยการกำหนดค่าพารามิเตอร์หลายตัว แต่ละตัวมีความซับซ้อน จึงอาจเกิดความคลาดเคลื่อนขึ้น (Estimation Errors) ในค่าพารามิเตอร์ที่กำหนดได้ แล้วส่งผลให้ค่า Copula VaR คลาดเคลื่อนด้วย หรือ *ประการที่สาม* ค่า Copula VaR มีความสามารถด้อยกว่าค่า Normality VaR จริง

ผู้เขียนชี้ว่า การหาข้อสรุปให้ชัดเจนเป็นหน้าที่ของนักวิชาการที่จะทำต่อไปในอนาคต แต่สำหรับผู้ลงทุนในฐานะผู้ปฏิบัติงานและผู้ประยุกต์ใช้เทคนิคที่นักวิชาการพัฒนาขึ้นแล้ว ผลลัพธ์นี้ชี้ให้ผู้ลงทุนใช้งานค่า Normality VaR ต่อไป ด้วยเหตุผลของความแม่นยำที่สูงกว่า การเป็นที่คุ้นเคยมากกว่า การใช้เวลาน้อยกว่า และการเสียต้นทุนต่ำกว่าในการคำนวณ และผู้ลงทุนยังทำได้เองโดยอาศัยองค์ความรู้ที่พึงมีอยู่แล้วในองค์กร

เอกสารอ้างอิง

อัญญา ขันธวิทย์ (2542), **การวิเคราะห์การลงทุนในตราสารหนี้,** กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์มหาวิทยาลัยธรรมศาสตร์.

อัญญา ขันธวิทย์ (2547), **การวิเคราะห์ความเสี่ยงจากการลงทุนในหลักทรัพย์,** กรุงเทพฯ:ตลาดหลักทรัพย์แห่งประเทศไทย.

Artzner, P., Delbaen, D., Eber, J., and Heath, D. (1997), Thinking Coherently, **Risk,** Vol. 10, 68-71.

Bank for International Settlements. (1996), Supervisory Framework for the Use of "Backtesting" in Conjunction with the Internal Models Approach to Market Risk Capital Requirements, Guidance Paper, Basel.

Joe, H., and Xu, J. (1996), The Estimation Method of Inference Functions for Margins of Multivariate Models, Technical Report # 166, University of British Columbia.

Magnus, J. and Neudecker, H. (1980), **Matrix Differential Calculus with Applications in Statistics and Econometrics,** New York: John Wiley and Sons.

Sklar, A. (1973), Random Variables, Distribution Functions, and Copulas, **Kybernetica** Vol. 9, 449-460.